

Тищенко Л. Н.

Слипченко М. В.

Харьковский  
национальный  
технический  
университет  
сельского хозяйства  
им. П. Василенко

УДК 631.362.36; 621.928.9

**ОСРЕДНЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ  
ДИНАМИКИ ЗЕРНОВОГО СЛОЯ  
НА ТАРЕЛЬЧАТОМ  
РАЗБРАСЫВАТЕЛЕ  
ПНЕВМОСЕПАРИРУЮЩЕГО  
УСТРОЙСТВА**

Отримано рівняння динаміки зернового потоку з урахуванням складених початкових умов і конкретного виду поверхні тарілчастого розкидувача. Використовуючи осереднені складові тензора в'язких напружень, отримані усереднені рівняння динаміки зернової суміші на тарілчастому розкидувачі.

Grain flow dynamics equations are obtained, taking into account the initial conditions drawn up and the specific form of the surface of the poppet spreader. Using the averaged components of the viscous stress tensor, the averaged equations of grain mixture dynamics at poppet spreader are obtained.

**Постановка задачі.** Повышение эффективности очистки зерновых смесей виброцентробежным сепараторами неразрывно связано с повышением эффективности очистки зерновых смесей (ЗС) от легких примесей. Совместно с ОАО "Вибросепаратор" (г. Житомир) разработано новое пневмосепарирующее устройство [1-3].

Для описания процесса очистки ЗС составлены уравнения динамики. Для решения уравнений необходимо произвести ряд упрощений.

**Целью статьи** является получение усредненных уравнений динамики ЗС с учетом конкретного вида поверхности тарельчатого разбрасывателя и составленных граничных условий.

**Основная часть.** Применим оператор осреднения к уравнениям динамики ЗС на тарельчатом разбрасывателе [4]. Здесь необходимо учитывать правило осреднения от производных функции [5]. Дополнительные

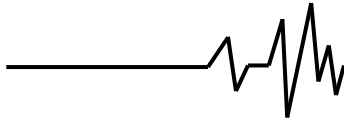
предположения связаны с малой толщиной слоя смеси, малой нормальной составляющей скорости  $v^3$ , большим градиентом характеристик в направлении нормали  $\vec{n}$ , по сравнению с тангенциальными составляющими (теория «мелкой воды» [6, 7]). Это позволяет опустить часть членов в предыдущих соотношениях. Для «мелкой воды» частные производные  $\partial h(r, \varphi) / \partial r$ ,  $\partial h(r, \varphi) / \partial \varphi$  являются малыми величинами. Тогда члены, в которые входят эти величины, можно отбросить. Помимо всего изменение объемной плотности  $\varepsilon_\alpha$  вдоль нормали  $\vec{n}$  также незначительно. Поэтому можно считать, что отклонение объемной плотности  $\varepsilon_\alpha$  от ее среднего значения  $\tilde{\varepsilon}_\alpha$  мало.

Получим:

$$\frac{1}{r\sqrt{1+Z'^2}} \left[ \frac{d}{dr} \left( r\sqrt{1+Z'^2} \tilde{\varepsilon}_\alpha \tilde{v}_\alpha^1 \right) + \frac{\psi'}{\psi} \left( r\sqrt{1+Z'^2} \tilde{\varepsilon}_\alpha \tilde{v}_\alpha^1 \right) \right] + \frac{1}{\psi} \int_0^{\beta_1} \left( \varepsilon_\alpha v_\alpha^3 \right) \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi = 0, \quad (1)$$

$(\alpha = 1, 2);$

$$\frac{1}{\rho_1^0} \left[ \frac{d \left( \overline{\sigma}^{11} + \overline{\sigma}^{11} \right)}{dr} + \frac{\psi'}{\psi} \left( \overline{\sigma}^{11} + \overline{\sigma}^{11} \right) - \frac{d}{dr} \left( \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 \overline{v}_1 \overline{v}_1 \right) - \frac{\psi'}{\psi} \left( \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 \overline{v}_1 \overline{v}_1 \right) + \right]$$



$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{\psi} \int_0^{\beta_1} \sigma^{31} \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \frac{1}{\psi} \int_0^{\beta_1} \sigma^{31} \Big|_{n=0} d\varphi - \frac{\rho_1^0}{\psi} \int_0^{\beta_1} \varepsilon_1 v_1^3 v_1^1 \Big|_{n=h(r,\varphi)} + \\
 & + A_{11} \left( \overline{\sigma}^{11} + \overline{\Sigma}^{11} - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 \overline{v}_1^1 \overline{v}_1^1 \right) - A_{13} \left( \overline{\sigma}^{13} + \overline{\Sigma}^{13} - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 \overline{v}_1^1 \overline{v}_1^1 \right) - \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$-A_{22} \left( \overline{\sigma}^{22} + \overline{\Sigma}^{22} - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 \overline{v}_1^2 \overline{v}_1^2 \right) \Big] + \frac{gZ'}{1+Z'^2} \overline{\varepsilon}_1 - \Omega \left( \frac{\Omega ZZ'}{1+Z'^2} - \Omega r - 2 \frac{r \overline{v}_1^2}{1+Z'^2} \right) \overline{\varepsilon}_1 = 0;$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\rho_1^0} \left[ \frac{d \left( \overline{\sigma}^{12} + \overline{\sigma}^{12} \right)}{dr} + \frac{\psi'}{\psi} \left( \overline{\sigma}^{12} + \overline{\sigma}^{12} \right) - \rho_1^0 \left( \frac{d \left( \tilde{\varepsilon}_1 v_1^1 v_1^2 \right)}{dr} + \frac{\psi'}{\psi} \tilde{\varepsilon}_1 v_1^1 v_1^2 \right) + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{\psi} \int_0^{\beta_1} \sigma^{32} \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \frac{1}{\psi} \int_0^{\beta_1} \sigma^{32} \Big|_{n=0} d\varphi - \frac{\rho_1^0}{\psi} \int_0^{\beta_1} \varepsilon_1 v_1^3 v_1^2 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \quad (3)
 \end{aligned}$$

$$-B_{12} \left( \overline{\sigma}^{12} + \overline{\sigma}^{12} - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 \overline{v}_1^1 \overline{v}_1^2 \right) - B_{23} \left( \overline{\sigma}^{23} + \overline{\sigma}^{23} - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 \overline{v}_1^2 \overline{v}_1^3 \right) \Big] - 2\Omega \left( \frac{\overline{v}_1^1}{r} - \frac{Z' \overline{v}_1^3}{r \sqrt{1+Z'^2}} \right) \tilde{\varepsilon}_1 = 0;$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\rho_1^0} \left[ \frac{d \left( \overline{\sigma}^{13} + \overline{\sigma}^{13} \right)}{dr} + \frac{\psi'}{\psi} \left( \overline{\sigma}^{13} + \overline{\sigma}^{13} \right) - \rho_1^0 \left( \frac{d \tilde{\varepsilon}_1 \overline{v}_1^1 \overline{v}_1^3}{dr} + \frac{\psi'}{\psi} \tilde{\varepsilon}_1 \overline{v}_1^1 \overline{v}_1^3 \right) + \right. \\
 & \left. + \frac{\psi'}{\psi} \int_0^{\beta_1} \sigma^{33} \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \frac{\psi'}{\psi} \int_0^{\beta_1} \sigma^{33} \Big|_{n=0} d\varphi - \frac{\rho_1^0}{\psi} \int_0^{\beta_1} \varepsilon_1 v_1^3 v_1^3 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi + \quad (4)
 \end{aligned}$$

$$+ C_{11} \left( \overline{\sigma}^{11} + \overline{\sigma}^{11} - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 \overline{v}_1^1 \overline{v}_1^1 \right) + C_{13} \left( \overline{\sigma}^{13} + \overline{\sigma}^{13} - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 \overline{v}_1^1 \overline{v}_1^3 \right) +$$

$$+ C_{22} \left( \overline{\sigma}^{22} + \overline{\sigma}^{22} - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 \overline{v}_1^2 \overline{v}_1^2 \right) - C_{33} \left( \overline{\sigma}^{33} + \overline{\sigma}^{33} - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 \overline{v}_1^3 \overline{v}_1^3 \right) \Big] +$$

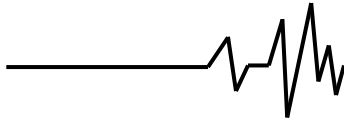
$$+ \frac{gZ' \tilde{\varepsilon}_1}{1+Z'^2} - \Omega \left( \frac{\Omega ZZ'}{1+Z'^2} - \Omega r - 2 \frac{r Z' \overline{v}_1^2}{\sqrt{1+Z'^2}} \right) \tilde{\varepsilon}_1 = 0;$$

$$\begin{aligned}
 & - \left[ \frac{d}{dr} \left( \tilde{\varepsilon}_2 \overline{v}_2^1 \overline{v}_2^1 \right) + \frac{\psi'}{\psi} \left( \tilde{\varepsilon}_2 \overline{v}_2^1 \overline{v}_2^1 \right) - \frac{1}{\psi} \int_0^{\beta_1} \varepsilon_2 v_2^3 v_2^1 \Big|_{n=h(r,\varphi)} + \right. \\
 & \left. A_{11} \left( \tilde{\varepsilon}_2 \overline{v}_2^1 \overline{v}_2^1 \right) - A_{13} \left( \tilde{\varepsilon}_2 \overline{v}_2^1 \overline{v}_2^1 \right) + A_{22} \left( \tilde{\varepsilon}_2 \overline{v}_2^2 \overline{v}_2^2 \right) \right] + \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$+ \frac{gZ'}{\rho_2^0 (1+Z'^2)} \overline{\varepsilon}_2 - \frac{\Omega}{\rho_2^0} \left( \frac{\Omega ZZ'}{1+Z'^2} - \Omega r - 2 \frac{r \overline{v}_2^2}{1+Z'^2} \right) \overline{\varepsilon}_2 + \frac{9\mu_1 \tilde{\varepsilon}_2}{2a^2 \rho_2^0} \left( \overline{v}_1^1 - \overline{v}_2^1 \right) = 0;$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{d \left( \tilde{\varepsilon}_1 v_1^1 v_1^2 \right)}{dr} - \frac{\psi'}{\psi} \tilde{\varepsilon}_1 v_1^1 v_1^2 - \frac{1}{\psi} \int_0^{\beta_1} \varepsilon_1 v_1^3 v_1^2 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$+ B_{12} \left( \tilde{\varepsilon}_1 \overline{v}_1^1 \overline{v}_1^2 \right) + B_{23} \left( \tilde{\varepsilon}_1 \overline{v}_1^2 \overline{v}_1^3 \right) \Big] - 2 \frac{\Omega}{\rho_2^0} \left( \frac{\overline{v}_1^1}{r} - \frac{Z' \overline{v}_1^3}{r \sqrt{1+Z'^2}} \right) \tilde{\varepsilon}_1 + \frac{9\mu_1 \tilde{\varepsilon}_2}{2a^2 \rho_2^0} \left( \overline{v}_1^2 - \overline{v}_2^2 \right) = 0;$$



$$\begin{aligned}
 & -\frac{d\tilde{\varepsilon}_2 \square_2^1 \square_2^3}{dr} - \frac{\Psi'}{\Psi} \tilde{\varepsilon}_2 \square_2^1 \square_2^3 - \frac{1}{\Psi} \int_0^{\beta_1} \varepsilon_2 v_2^3 v_2^3 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi + \\
 & + C_{11} \left( -\tilde{\varepsilon}_2 \square_2^1 \square_2^1 \right) + C_{13} \left( -\tilde{\varepsilon}_2 \square_2^1 \square_2^3 \right) + C_{22} \left( -\tilde{\varepsilon}_2 \square_2^2 \square_2^2 \right) - C_{33} \left( -\tilde{\varepsilon}_2 \square_2^3 \square_2^3 \right) \Big] + \\
 & + \frac{gZ' \tilde{\varepsilon}_2}{\rho_2^0 (1+Z'^2)} - \frac{\Omega}{\rho_2^0} \left( \frac{\Omega ZZ'}{1+Z'^2} - \Omega r - 2 \frac{rZ' \square_2^2}{\sqrt{1+Z'^2}} \right) \tilde{\varepsilon}_2 = 0,
 \end{aligned} \tag{7}$$

где  $r, \varphi$  – координаты в полярной системе координат;

$Z$  – функция, описывающая, поверхность тарельчатого разбрасывателя;

$\rho$  – истинная плотность;

$\varepsilon$  – объемная плотность,

$\rho_i = \varepsilon_i \cdot \rho_i^0$ ;

$v^i$  – контравариантная компонента вектора скорости;

$\Psi$  – оператор осреднения,

$$\Psi = \int_0^{\beta_1} \int_0^{h(t,r,\varphi)} d\varphi dn = \int_0^{\beta_1} h(t,r,\varphi) d\varphi,$$

где  $d_0 / 2 \leq r \leq D_1 / 2, \quad 0 \leq \varphi \leq \beta_1,$

$0 \leq n \leq h(t,r,\varphi)$ ;

$\sigma^{ij}$  – компоненты тензора напряжений зерновой смеси;

$\bar{\sigma}^{ij}$  – компоненты тензора напряжений Рейнольдса;

$A, B, C$  – коэффициенты первой, второй и третьей квадратичных форм поверхности тарельчатого разбрасывателя;

$\Omega$  – вектор угловой скорости тарельчатого разбрасывателя;

$\nu, \mu$  – коэффициенты кинематической и динамической вязкости;

$\bar{\nu}, \bar{\mu}$  – феноменологические коэффициенты вязкости;

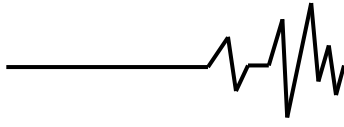
нижние индексы 1 относятся к зерновой смеси, 2 – к примеси.

Из соотношений, полученных для компонентов тензора напряжений Рейнольдса видно, что суммы  $\sigma^{ik} + \bar{\sigma}^{ik}, (i, k = 1, 2, 3)$  можно представить в форме [4]:

$$\begin{aligned}
 \sigma^{11} &= + \frac{\nu}{r(1+Z'^2)} \square_1^1 + \frac{\nu}{(1+Z'^2)\Psi} \int_0^{\beta_1} v_1^3 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi; \\
 \sigma^{12} &= \sigma^{21} = 0; \\
 \sigma^{13} &= \sigma^{31} = \frac{\mu}{\Psi} \left( \int_0^{\beta_1} v_1^1 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \int_0^{\beta_1} v_1^1 \Big|_{n=0} d\varphi \right); \\
 \sigma^{22} &= + \frac{\nu + 2\mu}{r^3} \square_1^1 + \frac{\nu}{\Psi r^2} \int_0^{\beta_1} v_1^3 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi; \\
 \sigma^{23} &= \sigma^{32} = \frac{\mu}{\Psi} \left( \int_0^{\beta_1} v_1^2 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \int_0^{\beta_1} v_1^2 \Big|_{n=0} d\varphi \right) r^{-2}; \\
 \sigma^{33} &= + \frac{\nu}{r} \square_1^1 + \frac{\nu + 2\mu}{\Psi} \int_0^{\beta_1} v_1^3 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Заменим в (8) коэффициенты  $\bar{\nu}, \bar{\mu}$  на суммы  $\nu_0 = \nu + \bar{\nu}, \quad \mu_0 = \mu + \bar{\mu}.$

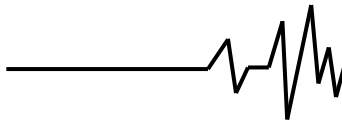
Тогда (1)-(7) можно записать в форме:



$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\rho_1^0} \frac{d}{dr} \left[ -\frac{p}{1+Z'^2} + \frac{v_0}{r(1+Z'^2)} v_1 + \frac{v_0}{(1+Z'^2)\psi} \int_0^{\beta_1} v_1^3 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi \right] + \\
 & + \frac{\psi'}{\psi} \left[ -\frac{p}{1+Z'^2} + \frac{v_0}{r(1+Z'^2)} v_1 + \frac{v_0}{(1+Z'^2)\psi} \int_0^{\beta_1} v_1^3 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi \right] - \\
 & - \frac{d}{dr} \left( \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 v_1 v_1 \right) - \frac{\psi'}{\psi} \left( \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 v_1 v_1 \right) + \\
 & + \frac{1}{\psi} \int_0^{\beta_1} \sigma^{31} \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \frac{1}{\psi} \int_0^{\beta_1} \sigma^{31} \Big|_{n=0} d\varphi - \frac{\rho_1^0}{\psi} \int_0^{\beta_1} \varepsilon_1 v_1^3 v_1 \Big|_{n=h(r,\varphi)} + \\
 & + A_{11} \left\{ \left[ -\frac{p}{1+Z'^2} + \frac{v_0}{r(1+Z'^2)} v_1 + \frac{v_0}{(1+Z'^2)\psi} \int_0^{\beta_1} v_1^3 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi \right] - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 v_1 v_1 \right\} - \\
 & - A_{13} \left\{ \left[ \frac{\mu_0}{\psi} \left( \int_0^{\beta_1} v_1^1 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \int_0^{\beta_1} v_1^1 \Big|_{n=0} d\varphi \right) \right] - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 v_1 v_1 \right\} - \\
 & - A_{22} \left\{ \left[ -\frac{p}{r^2} + \frac{v_0 + 2\mu_0}{r^3} v_1 + \frac{v_0}{\psi r^2} \int_0^{\beta_1} v_1^3 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi \right] - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 v_1^2 v_1^2 \right\} + \\
 & + \frac{gZ'}{1+Z'^2} \varepsilon_1 - \Omega \left( \frac{\Omega ZZ'}{1+Z'^2} - \Omega r - 2 \frac{r v_1^2}{1+Z'^2} \right) \varepsilon_1 = 0;
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{\rho_1^0} \left[ \rho_1^0 \left( \frac{d(\tilde{\varepsilon}_1 v_1^1 v_1^2)}{dr} + \frac{\psi'}{\psi} \tilde{\varepsilon}_1 v_1^1 v_1^2 \right) + \right. \\
 & + \frac{1}{\psi} \int_0^{\beta_1} \sigma^{32} \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \frac{1}{\psi} \int_0^{\beta_1} \sigma^{32} \Big|_{n=0} d\varphi - \frac{\rho_1^0}{\psi} \int_0^{\beta_1} \varepsilon_1 v_1^3 v_1^2 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \\
 & - B_{12} \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 v_1 v_1^2 - B_{23} \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 v_1^2 v_1^3 \left. \right] - 2\Omega \left( \frac{v_1}{r} - \frac{Z' v_1^3}{r \sqrt{1+Z'^2}} \right) \tilde{\varepsilon}_1 = 0;
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\rho_1^0} \left\{ \mu_0 \frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{\psi} \left( \int_0^{\beta_1} v_1^1 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \int_0^{\beta_1} v_1^1 \Big|_{n=0} d\varphi \right) \right] + \right. \\
 & + \mu_0 \frac{\psi'}{\psi} \left[ \frac{1}{\psi} \left( \int_0^{\beta_1} v_1^1 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \int_0^{\beta_1} v_1^1 \Big|_{n=0} d\varphi \right) \right] - \\
 & - \rho_1^0 \left( \frac{d\tilde{\varepsilon}_1 v_1 v_1^3}{dr} + \frac{\psi'}{\psi} \tilde{\varepsilon}_1 v_1 v_1^3 \right) + \frac{\psi'}{\psi} \left[ \int_0^{\beta_1} \sigma^{33} \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \int_0^{\beta_1} \sigma^{33} \Big|_{n=0} d\varphi \right] - \\
 & - \frac{\rho_1^0}{\psi} \int_0^{\beta_1} \varepsilon_1 v_1^3 v_1^3 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi +
 \end{aligned}
 \tag{11}$$



$$\begin{aligned}
 & +C_{11} \left[ -\frac{p}{1+Z'^2} + \frac{v_0}{r(1+Z'^2)} \bar{v}_1 + \frac{v_0}{(1+Z'^2)\psi} \int_0^{\beta_1} v_1^3 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 \bar{v}_1 \bar{v}_1 \right] + \\
 & +C_{13} \left[ \frac{\mu_0}{\psi} \left( \int_0^{\beta_1} v_1^1 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \int_0^{\beta_1} v_1^1 \Big|_{n=0} d\varphi \right) - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 \bar{v}_1 \bar{v}_1^3 \right] + \\
 & +C_{22} \left[ -\frac{p}{r^2} + \frac{v_0 + 2\mu_0}{r^3} \bar{v}_1 + \frac{v_0}{\psi r^2} \int_0^{\beta_1} v_1^3 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 \bar{v}_1^2 \bar{v}_1^2 \right] - \\
 & -C_{33} \left[ -\frac{p}{r} + \frac{v_0}{r} \bar{v}_1 + \frac{v_0 + 2\mu}{\psi} \int_0^{\beta_1} v_1^3 \Big|_{n=h(r,\varphi)} d\varphi - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 \bar{v}_1^3 \bar{v}_1^3 \right] \Big\} + \\
 & + \frac{gZ'\tilde{\varepsilon}_1}{1+Z'^2} - \Omega \left( \frac{\Omega ZZ'}{1+Z'^2} - \Omega r - 2 \frac{rZ'\bar{v}_1^2}{\sqrt{1+Z'^2}} \right) \tilde{\varepsilon}_1 = 0.
 \end{aligned}$$

В указанных соотношениях фигурирует давление  $p$ , что требует привлечения замыкающего соотношения типа калорического уравнения  $p = p(\rho_1, \rho_2, T)$  ( $T$  - абсолютная температура) [8]. Для быстро движущихся сыпучих сред соответствующее уравнение имеет вид [7, 9]:

$$p = K_p F(\varepsilon_1) |\bar{v}_1|^2; \quad (12)$$

$$F(\varepsilon_1) = \varepsilon_1 \frac{(\varepsilon_1^0 / \varepsilon_1)^{1/3} - 1}{(1 - \varepsilon_1)^2}; \quad (13)$$

$$K_p = \frac{107}{1 - k_{akk}^2} \frac{(\rho_v^0)^2}{\rho_1^0}, \quad (14)$$

где  $\varepsilon_1^0 \approx 0,64$  - объемная плотность зерна при плотной упаковке,

$k_{akk} \approx 0,97$  - коэффициент аккомодации зерна, отражающий упругие свойства материала при соударениях,

$\rho_v^0$  - истинная плотность воздуха.

Для зерна с истинной плотностью  $\rho_1^0 \approx 800 \text{ êã} \cdot \text{ì}^{-3}$  и воздуха  $\rho_v^0 \approx 1 \text{ êã} \cdot \text{ì}^{-3}$  имеем  $K_p \approx 3,3$ .

В уравнения динамики входят значения скоростей и тензоров напряжений на твердой стенке тарельчатого разбрасывателя пневмосепарирующего устройства и на свободной поверхности слоя. Здесь можно воспользоваться граничными условиями, имеющими место при  $n = 0, n = h(r, \varphi)$ .

Введем обозначения:  $\bar{w}_\alpha$  скорости зерна

( $\alpha = 1$ ) и примеси ( $\alpha = 2$ ),  $\varepsilon_\alpha^*$  - значения объемной плотности сыпучего материала на свободной поверхности ( $\varepsilon_\alpha^* \approx 0,4$ ) [10]. Тогда граничные условия [4] с учетом равенства  $V = 0$  (с учетом того, что  $\sigma_2^{ik} = 0$ ) можно записать в виде:

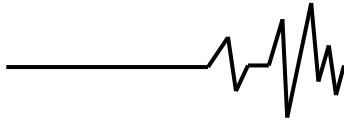
$$\begin{aligned}
 \rho_\alpha^0 \varepsilon_\alpha v_\alpha^3 &= \rho_\alpha^{00} \varepsilon_\alpha^{00} w_\alpha^3; \\
 \rho_\alpha^0 \varepsilon_\alpha (v_\alpha^3)^2 - \sigma_\alpha^{33} &= \rho_\alpha^0 \varepsilon_\alpha^{00} (w_\alpha^3)^2; \\
 \rho_\alpha^0 \varepsilon_\alpha v_\alpha^3 v_\alpha^1 - \sigma_\alpha^{31} &= \rho_\alpha^0 \varepsilon_\alpha^{00} w_\alpha^3 w_\alpha^1; \\
 \rho_\alpha^0 \varepsilon_\alpha v_\alpha^3 v_\alpha^2 - \sigma_\alpha^{32} &= \rho_\alpha^0 \varepsilon_\alpha^{00} w_\alpha^3 w_\alpha^2; \\
 & (n = h, \varepsilon_\alpha^* < \varepsilon_\alpha^*).
 \end{aligned} \quad (15)$$

Отсюда следуют равенства для зерна:

$$\begin{aligned}
 v_1^3 &= \frac{\varepsilon_1^{00} w_1^3}{\varepsilon_1^*}, \\
 \sigma^{33} &= \rho_1^0 \varepsilon_1^{00} \left[ \frac{\varepsilon_1^{00}}{\varepsilon_1^*} - 1 \right] (w_1^3)^2; \\
 \sigma^{31} &= \rho_1^0 \varepsilon_1^{00} (v_1^1 - w_1^1) w_1^3; \\
 \sigma^{32} &= \rho_1^0 \varepsilon_1^{00} (v_1^2 - w_1^2) w_1^3,
 \end{aligned} \quad (16)$$

и для примеси:

$$\begin{aligned}
 v_2^3 &= w_2^3; \\
 \varepsilon_2^* &= \varepsilon_2^{00}; \\
 v_2^1 &= w_2^1; \\
 v_2^2 &= w_2^2.
 \end{aligned} \quad (17)$$



Граничные условия при  $n=0$  [4] устанавливают связь между компонентами тензора напряжений:

$$\left[ (1+Z'^2)(\sigma^{31})^2 + r^2(\sigma^{32})^2 \right]^{1/2} = f_e |\sigma^{33}|, \quad (18)$$

$(n=0).$

Т.к., усилия трения смеси о металлическую поверхность тарельчатого разбрасывателя малы, то можно считать изменение сдвиговых напряжений  $\sigma^{31}, \sigma^{32}$  поперек слоя незначительными и считать их равными соответствующим значениям при

$n=h$  по формулам (16), в которых  $v_1^1, v_1^2$  можно принять равными их средним значениям  $\bar{v}_1^\alpha$ . Нормальные напряжения, определяемые последним равенством для нормальных напряжений, можно считать равными:

$$\sigma^{33} = -p + \frac{v}{r} \bar{v}_1^1. \quad (19)$$

Тогда граничное условие (18), формулируемое для зерна, можно записать в виде:

$$\left[ (1+Z'^2) \left[ \rho_1^0 \varepsilon_1^{00} (\bar{v}_1^1 - w_1^1) w_1^3 \right]^2 + r^2 \left[ \rho_1^0 \varepsilon_1^{00} (\bar{v}_1^2 - w_1^2) w_1^3 \right]^2 \right]^{1/2} - f_e \left| -K_p F(\tilde{\varepsilon}_1) \left[ (1+Z'^2) (\bar{v}_1^1)^2 + (\bar{v}_1^2)^2 r^2 + (\bar{v}_1^3)^2 \right]^2 + \frac{v}{r} \bar{v}_1^1 \right| = 0, \quad (20)$$

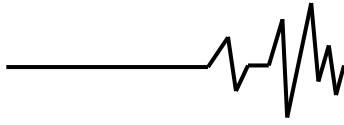
$(n=0).$

Будем считать поток смеси, падающий на тарельчатый разбрасыватель, однородным. Приведем окончательный вид системы уравнений, описывающих динамику стационарного слоя. Т.к., в окончательных

соотношениях присутствуют только осредненные величины, для упрощения обозначений не будем писать над величинами знак « $\sim$ ». Имеем:

$$\frac{1}{r\sqrt{1+Z'^2}} \left[ \frac{d}{dr} (r\sqrt{1+Z'^2} \varepsilon_1 v_1^1) + \frac{\psi'}{\psi} (r\sqrt{1+Z'^2} \varepsilon_1 v_1^1) \right] + \frac{\beta_1 \varepsilon_1^{00}}{\psi} w_1^3(r) = 0; \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\rho_1^0} \frac{d}{dr} \left\{ -\frac{K_p F(\varepsilon_1)}{1+Z'^2} \left[ (1+Z'^2)(v_1^1)^2 + (v_1^2)^2 r^2 + (v_1^3)^2 \right] + \frac{v_0}{r(1+Z'^2)} v_1^1 + \frac{v_0 \beta_1}{(1+Z'^2) \psi} \frac{\varepsilon_1^{00}}{\varepsilon_1^*} w_1^3 \right\} + \\ & + \frac{\psi'}{\psi} \left\{ -\frac{K_p F(\tilde{\varepsilon}_1)}{1+Z'^2} \left[ (1+Z'^2)(v_1^1)^2 + (v_1^2)^2 r^2 + (v_1^3)^2 \right] + \frac{v_0}{r(1+Z'^2)} v_1^1 + \frac{v_0 \beta_1}{(1+Z'^2) \psi} \frac{\varepsilon_1^{00}}{\varepsilon_1^*} w_1^3 \right\} - \\ & - \frac{d}{dr} (\rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 v_1^1 v_1^1) - \frac{\psi'}{\psi} (\rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 v_1^1 v_1^1) - \frac{\beta_1 \rho_1^0 \varepsilon_1^{00}}{\psi \varepsilon_1^*} w_1^3 v_1^1 + \\ & + A_{11} \left\{ -\frac{K_p F(\tilde{\varepsilon}_1)}{1+Z'^2} \left[ (1+Z'^2)(v_1^1)^2 + (v_1^2)^2 r^2 + (v_1^3)^2 \right] + \right. \\ & \left. + \frac{v_0}{r(1+Z'^2)} v_1^1 + \frac{v_0 \beta_1}{(1+Z'^2) \psi} \frac{\varepsilon_1^{00}}{\varepsilon_1^*} w_1^3 \right\} - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 v_1^1 v_1^1 \left\{ - \right. \\ & - A_{22} \left\{ \left[ -\frac{K_p F(\tilde{\varepsilon}_1)}{1+Z'^2} \left[ (1+Z'^2)(v_1^1)^2 + (v_1^2)^2 r^2 + (v_1^3)^2 \right] + \frac{v_0}{r(1+Z'^2)} v_1^1 + \frac{v_0 \beta_1}{(1+Z'^2) \psi} \frac{\varepsilon_1^{00}}{\varepsilon_1^*} w_1^3 \right] - \right. \\ & \left. - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 v_1^2 v_1^2 \right\} + A_{13} \rho_1^0 \varepsilon_1 v_1^1 v_1^1 \frac{d}{dr} + \frac{gZ'}{1+Z'^2} \varepsilon_1 - \Omega \left( \frac{\Omega Z Z'}{1+Z'^2} - \Omega r - 2 \frac{r}{1+Z'^2} v_1^2 \right) \varepsilon_1 = 0; \quad (22) \end{aligned}$$



$$-\frac{d(\varepsilon_1 v_1^1 v_1^1)}{dr} - \frac{\psi'}{\psi} \tilde{\varepsilon}_1 v_1^1 v_1^1 + \frac{\beta_1 \varepsilon_1^{00}}{\psi} w_1^3 (v_1^2 - w_1^2) - \frac{\beta_1 \rho_1^0 \varepsilon_1^{00} w_1^3}{\rho_1^0 \psi \varepsilon_1^*} v_1^2 - \quad (23)$$

$$+ B_{12} \varepsilon_1 v_1^1 v_1^2 + B_{23} \varepsilon_1 v_1^2 v_1^3] - 2 \frac{\Omega}{\rho_1^0} \left( \frac{v_1^1}{r} - \frac{Z' v_1^3}{r \sqrt{1+Z'^2}} \right) \varepsilon_1 = 0;$$

$$-\frac{d \varepsilon_1 v_1^1 v_1^3}{dr} - \frac{\psi'}{\psi} \tilde{\varepsilon}_1 v_1^1 v_1^3 - \frac{\varepsilon_1^{00}}{\psi \varepsilon_1^*} (w_1^3)^2 +$$

$$+ C_{11} \left\{ -\frac{K_p}{\rho_1^0 (1+Z'^2)} F(\varepsilon_1) \left[ (1+Z'^2)(v_1^1)^2 + (v_1^2)^2 r^2 + (v_1^3)^2 \right] + \right.$$

$$+ \frac{v_0}{r(1+Z'^2) \rho_1^0} v_1^1 + \frac{v_0 \varepsilon_1^{00} w_1^3}{\rho_1^0 (1+Z'^2) \psi \varepsilon_1^*} - \varepsilon_1 v_1^1 v_1^1 \left. \right\} - C_{13} \varepsilon_1 v_1^1 v_1^3 +$$

$$+ C_{22} \left\{ -\frac{K_p}{\rho_1^0 r^2} F(\varepsilon_1) \left[ (1+Z'^2)(v_1^1)^2 + (v_1^2)^2 r^2 + (v_1^3)^2 \right] + \right.$$

$$+ \frac{v_0 + 2\mu_0}{r^3} v_1^1 + \frac{v_0 \varepsilon_1^{00}}{\psi r^2 \varepsilon_1^*} w_1^3 - \tilde{\varepsilon}_1 v_1^2 v_1^2 \left. \right\} -$$

$$- C_{33} \left\{ -\frac{K_p}{\rho_1^0} F(\varepsilon_1) \left[ (1+Z'^2)(v_1^1)^2 + (v_1^2)^2 r^2 + (v_1^3)^2 \right] + \right.$$

$$+ \frac{v_0}{\rho_1^0 r} v_1^1 + \frac{v_0 + 2\mu}{\psi} \frac{\varepsilon_1^{00}}{\varepsilon_1^*} w_1^3 - \rho_1^0 \tilde{\varepsilon}_1 v_1^3 v_1^3 \left. \right\} +$$

$$+ \frac{gZ' \varepsilon_1}{\rho_1^0 (1+Z'^2)} - \frac{\Omega}{\rho_1^0} \left( \frac{\Omega Z Z'}{1+Z'^2} - \Omega r - 2 \frac{rZ'}{\sqrt{1+Z'^2}} v_1^2 \right) \varepsilon_1 = 0; \quad (24)$$

$$\frac{1}{r \sqrt{1+Z'^2}} \left[ \frac{d}{dr} (r \sqrt{1+Z'^2} \varepsilon_2 v_2^1) + \frac{\psi'}{\psi} (r \sqrt{1+Z'^2} \varepsilon_2 v_2^1) \right] + \frac{\varepsilon_2^{00}}{\psi} w_2^3 = 0; \quad (25)$$

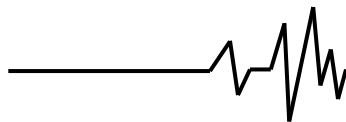
$$-\left[ \frac{d}{dr} (\tilde{\varepsilon}_2 v_2^1 v_2^1) + \frac{\psi'}{\psi} (\varepsilon_2 v_2^1 v_2^1) - \frac{\varepsilon_2^{00}}{\psi} w_2^3 v_2^1 + \right.$$

$$A_{11} (\varepsilon_2 v_2^1 v_2^1) - A_{13} (\varepsilon_2 v_2^1 v_2^1) + A_{22} (\tilde{\varepsilon}_2 v_2^2 v_2^2) \left. \right] + \quad (26)$$

$$+ \frac{gZ'}{\rho_2^0 (1+Z'^2)} \varepsilon_2 - \frac{\Omega}{\rho_2^0} \left( \frac{\Omega Z Z'}{1+Z'^2} - \Omega r - 2 \frac{r \sqrt{v_2^2}}{1+Z'^2} \right) \varepsilon_2 + \frac{9\mu_1 \tilde{\varepsilon}_2}{2a^2 \rho_2^0} (v_1^1 - v_2^1) = 0;$$

$$-\frac{d(\varepsilon_1 v_2^1 v_2^2)}{dr} - \frac{\psi'}{\psi} \tilde{\varepsilon}_2 v_2^1 v_2^2 - \frac{\varepsilon_2^{00}}{\psi} w_2^3 v_2^2 + B_{12} (\varepsilon_1 v_2^1 v_2^2) +$$

$$+ B_{23} (\varepsilon_2 v_2^2 v_2^3) - 2 \frac{\Omega}{\rho_2^0} \left( \frac{1}{r} v_2^1 - \frac{Z'}{r \sqrt{1+Z'^2}} v_2^3 \right) \varepsilon_2 + \frac{9\mu_1 \varepsilon_2}{2a^2 \rho_2^0} (v_1^1 - v_2^2) = 0; \quad (27)$$



$$\begin{aligned} & \frac{d\varepsilon_2 v_2^1 v_2^3}{dr} - \frac{\psi'}{\psi} \varepsilon_2 v_2^1 v_2^3 - \frac{\varepsilon_2^{00}}{\psi} (w_2^3)^2 - C_{11} (\varepsilon_2 v_2^1 v_2^1) - \\ & - C_{13} (\varepsilon_2 v_2^1 v_2^3) - C_{22} (\varepsilon_2 v_2^2 v_2^2) + C_{33} (\varepsilon_2 v_2^3 v_2^3) \Big] + \\ & + \frac{gZ'\varepsilon_2}{\rho_2^0 (1+Z'^2)} - \frac{\Omega}{\rho_2^0} \left( \frac{\Omega ZZ'}{1+Z'^2} - \Omega r - 2 \frac{rZ'}{\sqrt{1+Z'^2}} v_2^2 \right) \varepsilon_2 = 0. \end{aligned} \quad (28)$$

**Выводы.** Путем применения операторов осреднения получены уравнения динамики зерновой смеси на тарельчатом разбрасывателе пневмосепарирующего устройства виброцентробежного сепаратора. Полученные уравнения описывают динамику стационарного слоя зерновой смеси, а их решения являются исходными данными для получения уравнений динамики очистки зернового слоя при сходе с тарельчатого разбрасывателя.

#### Литература

1. Пат. 50587 Україна, МПК<sup>9</sup> B07B 1/00, B07B 4/00. Вібровідцентровий сепаратор / Тищенко Л.М., Пастушенко М.Г., Харченко С.О., Слипченко М.В.; заявник та власник Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенка. № 201000743; заявл. 26.01.10; опубл. 10.06.10, Бюл. №11/2010.

2. Тищенко Л.Н., Слипченко М.В. К исследованию динамики продуваемого слоя зерновой смеси / Л.Н. Тищенко, М.В. Слипченко // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: ТДАТУ. – 2010. – Т.7, Вип. 10. – Мелітополь, 2010. – С. 201-209.

3. Тищенко Л.Н., Слипченко М.В. Динамика извлечения легких примесей пневмосепарирующим устройством виброцентробежного сепаратора / Л.Н. Тищенко, М.В. Слипченко // Вібрації в техніці та технологіях. 2011. – № 1 (61). – С. 186-193.

4. Тищенко Л.Н., Слипченко М.В. К составлению граничных условий и уравнений динамики зерновой смеси на тарельчатом разбрасывателе виброцентробежного сепаратора / Л.Н. Тищенко, М.В. Слипченко // Науковий вісник Луганського національного університету: ЛНТУ – 2011. – № 30. – С. 296-304.

5. Тищенко Л.Н., Слипченко М.В. К определению осредненных компонентов тензора вязких напряжений зерновой смеси на разбрасывателе пневмосепарирующего устройства / Л.Н. Тищенко, М.В. Слипченко // Вісник ХНТУСГ ім. П. Василенка: ХНТУСГ – 2011. – Вип. 96. – С. 86-93.

6. Тарапов И.Е. Механика сплошной среды. / И.Е. Тарапов - В 3 ч., Ч.2: Общие законы кинематики и динамики. Харьков: Золотые страницы, 2002. - 516 с.

7. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. / Л.Г. Лойцянский - М.: Наука. - 1978.- 727 с.

8. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. / Р.И. Нигматулин - М.: Наука. - 1978.- 336 с.

9. Гольдштик М.А. Процессы переноса в зернистом слое. / М.А. Гольдштик - Новосибирск: СО АН СССР. Ин-т теплофиз. 1984. - 163 с.

10. Сэвидж С. Гравитационное течение несвязанных гранулированных материалов. В кн. Механика гранулированных сред: Теория быстрых движений. / С. Сэвидж - М.: Мир.1985. - с.86-146.