

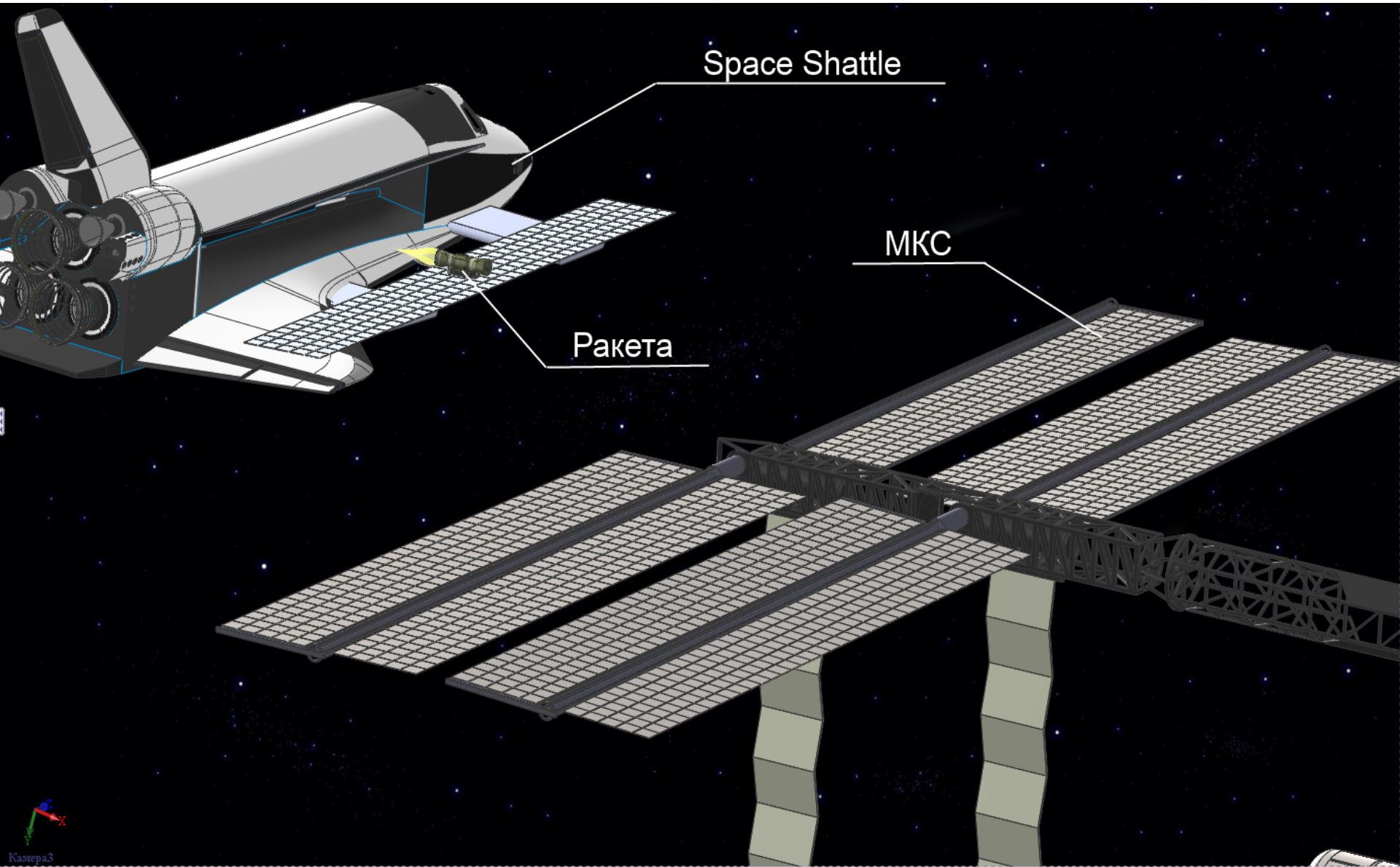
# **Розробка рекомендацій з вибору концептуальної моделі реактивного рушія**

**Виконала: Келбукова С.А.**

**Науковий керівник: Жупієв О.Л.**



# Космічна система



# Моделювання транспортування секції в SolidWorks Motion

# Висновок:

- При невдалій конструкції ракетного рушія секція сонячної батареї не буде коректно доставлена на МКС.
- Обґрунтування концепції рушія сонячної батареї і визначення оптимального закону його управління є **актуальною науковою задачею.**

**Об'єкт дослідження** - механічні процеси при монтажі сонячної батареї МКС.

**Предмет дослідження** - залежності між конструктивними параметрами ракетного рушія, визначення оптимального закону управління рушія для транспортування секції.

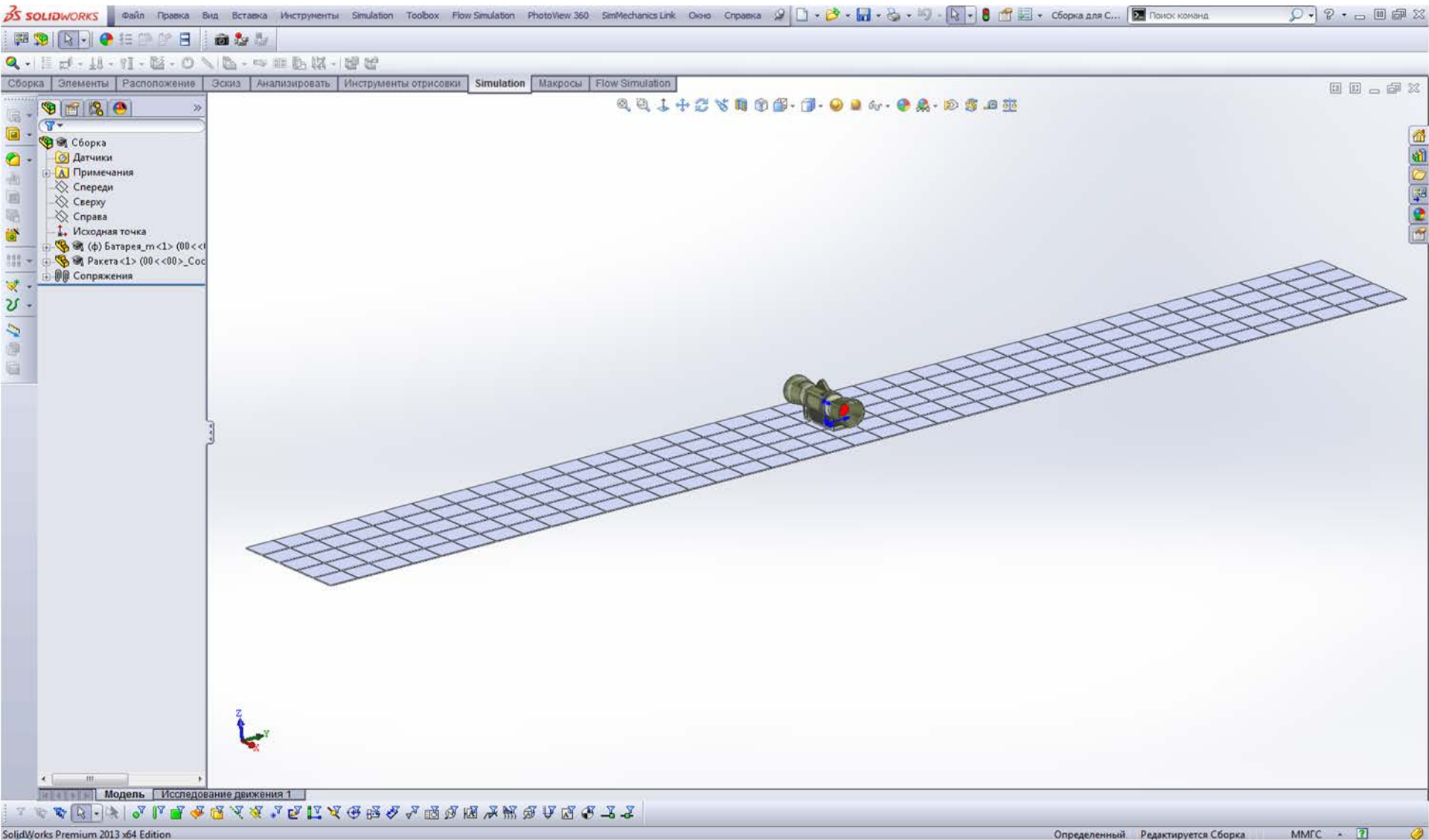
**Мета роботи** - розробити рекомендації з вибору концептуальної моделі реактивного рушія і вибору закону управління реактивним рушієм.

**Методи дослідження** - методи математичного та комп'ютерного моделювання MathCad та SolidWorks Motion.

Для досягнення мети поставлені такі завдання:

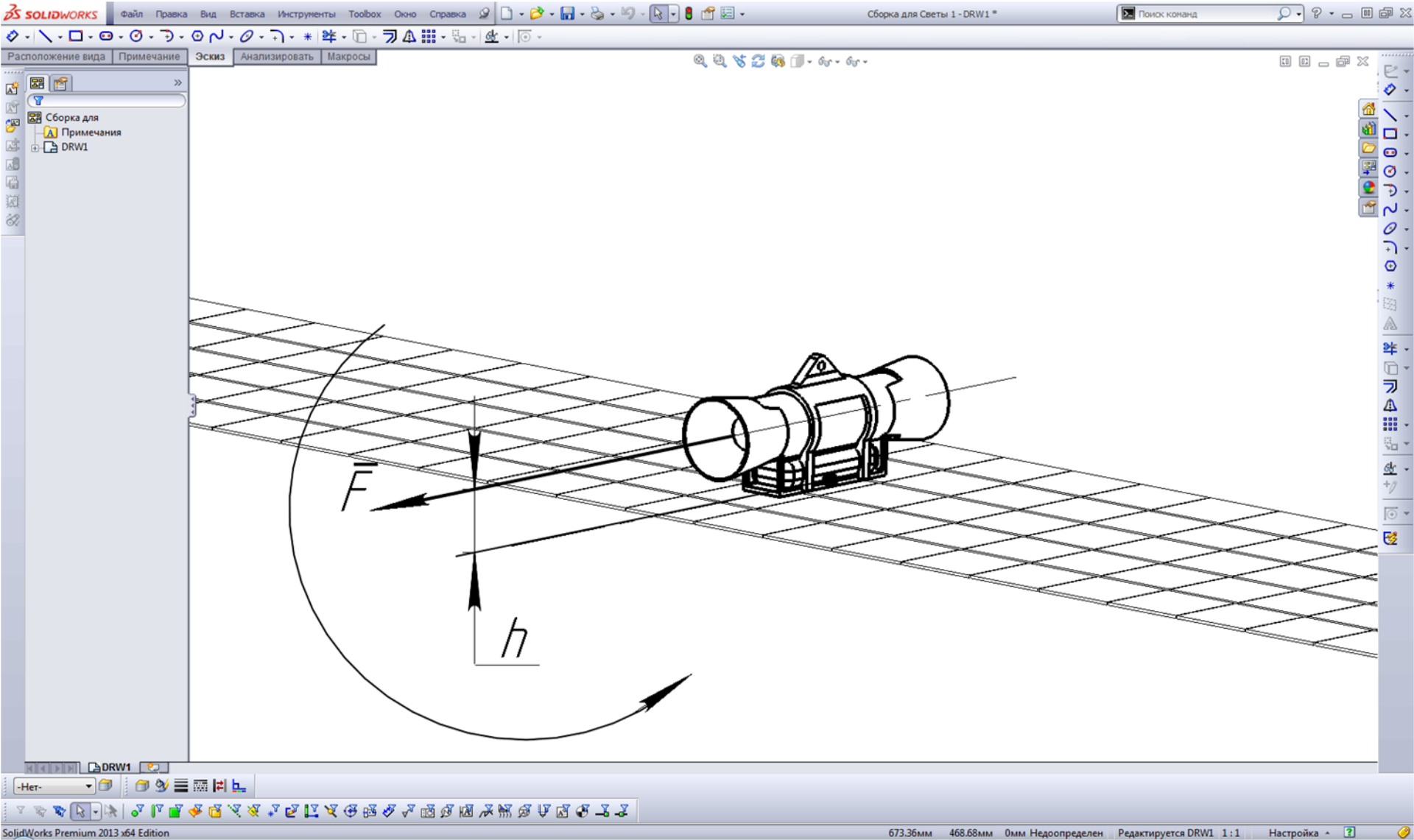
- розробити концептуальну модель ТС;
- визначити оптимальний закон управління рушієм для транспортуванні секції сонячної батареї.

# 1. Розробка концептуальної моделі реактивного рушія





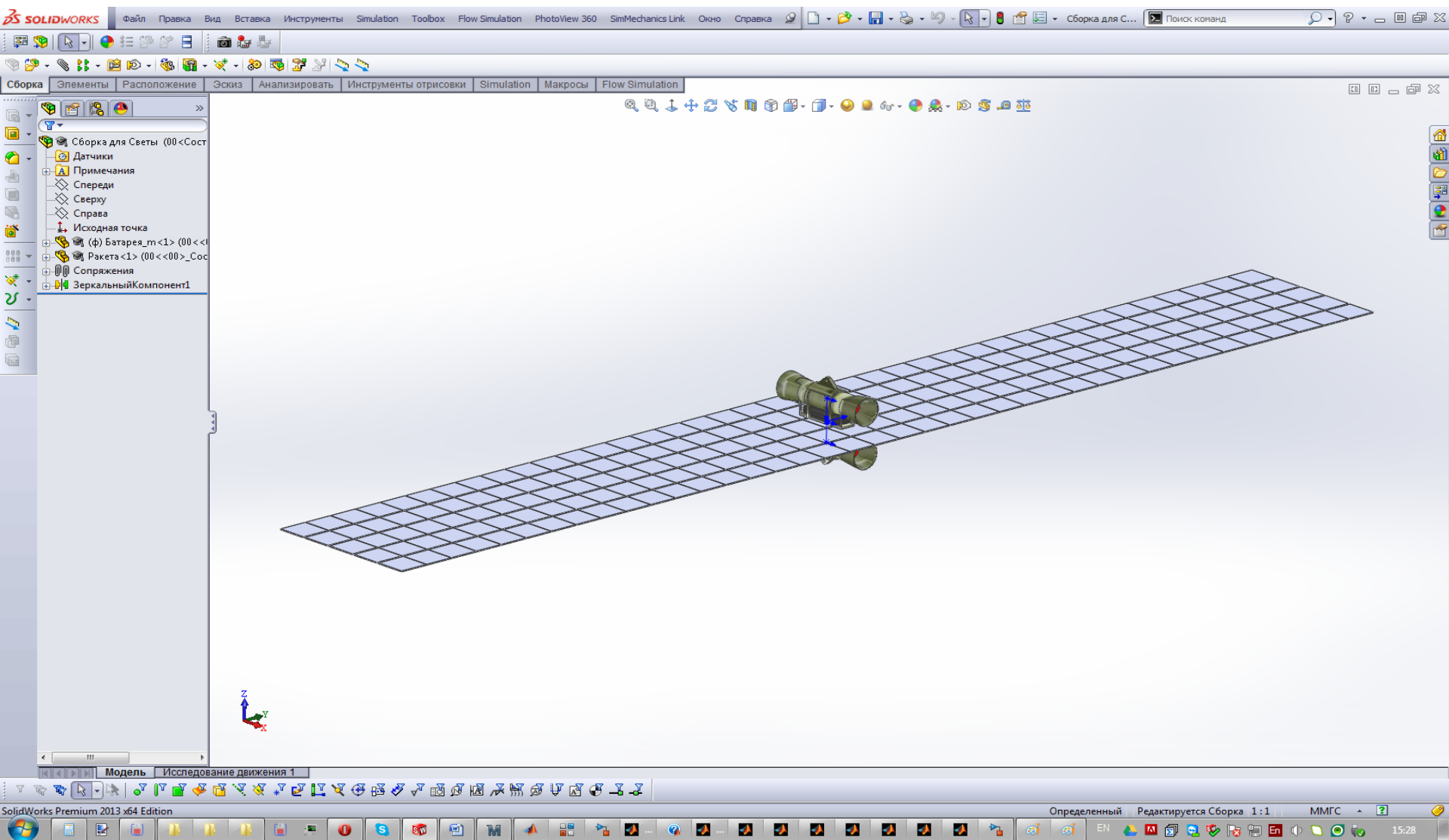
# Система сил, діючих на рушій



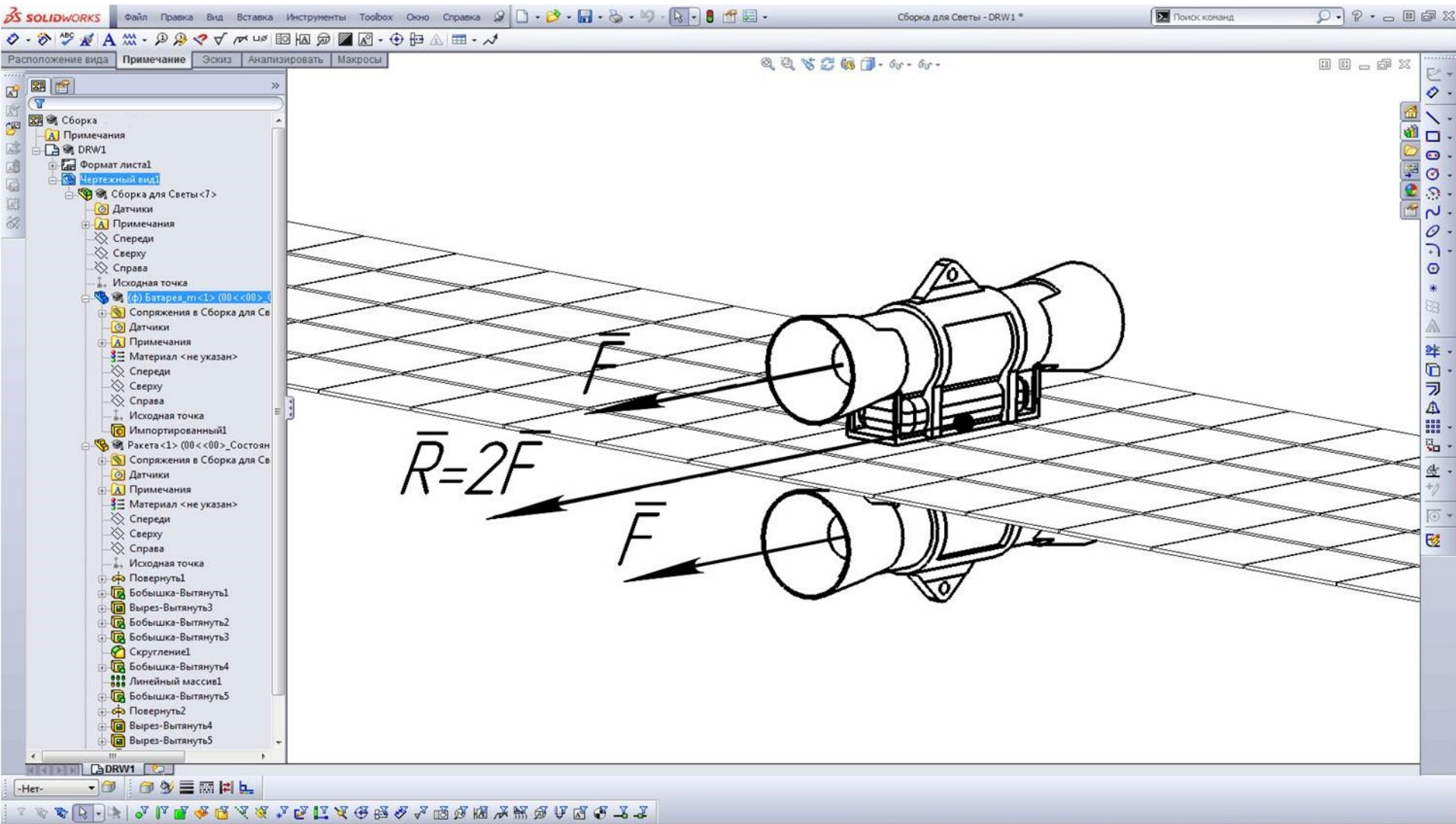
## Висновок:

- Концептуальна модель з однією ракетою, яка встановлена на секцію не працездатна, так як головний момент системи сил не дорівнює нулю.
- Для того, щоб технічна система не оберталася, запропонована симетрична установка ракет.

# 1.2 Концептуальна модель рушія для транспортування секції сонячної батареї з симетричним розташуванням ракет



# Система сил, які діють на рушій



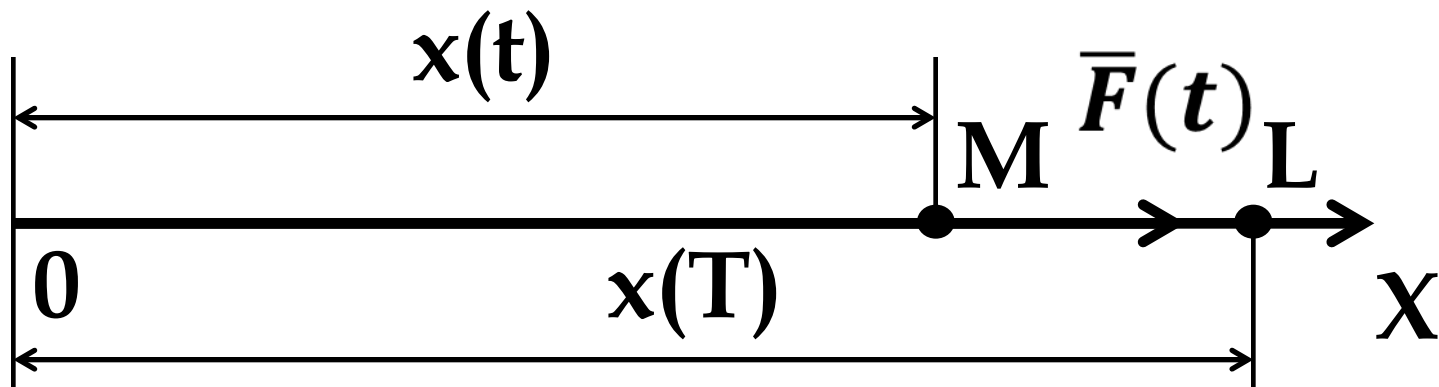
## Висновки:

- в якості концептуальної моделі реактивного рушія доцільно прийняти рушій з симетрично встановленими щодо осей двома ракетами, за умови, що рівнодіюча реактивних сил проходить через центр мас ТС;
- оскільки ТС рухається поступально, то її можна моделювати матеріальною точкою масою  $M$ , з початковими нульовими умовами на початку і в кінці траєкторії з кінцевою нульовою швидкістю руху.

## 2. Визначення оптимального закону управління рушієм

### Припущення:

1. Переміщуваний об'єкт (сонячна батарея) – матеріальна точка масою  $M$ .
2. Траєкторію ТС можна прийняти у вигляді прямої лінії.
3. Рушійна сила –  $F(t)$ , де  $t$  – час.



# Постановка задачі оптимізації

Знайти  $F^* : \|F^*\|_\infty = \min_{F \in X} \|F\|_\infty$ ,

де  $\|F\|_\infty = \sup \{ F(t) : t \in [0; T] \}$  (1)

та  $X$  - допустима множина функцій, які задовольняють умовам:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = F(t) \quad ; \quad (2)$$

де

$$x(0) = 0 \quad ; \quad \frac{dx}{dt}(T) = 0 \quad ; \quad (3)$$

$$\frac{dx}{dt}(0) = 0 \quad ; \quad x(T) = L \quad .$$

# Введемо безрозмірні змінні

**з умов:**

$$\xi = \frac{x}{L}; \quad \tau = \frac{t\pi}{T}; \quad f(\tau) = \frac{FT^2}{ML\pi^2};$$

Тоді умова задачі (2) прийме вигляд:

$$\text{Знайти } f^* : \|f^*\|_{\infty} = \min_{F \in Y} \|f\|_{\infty}, \quad (4)$$

$$\text{де } \|f\|_{\infty} = \sup \{ f(\tau) : t \in [0; \pi] \}$$

та  $Y$  - допустима множина функцій, які задовольняють умовам:

$$\xi' = f(\tau); \quad (5)$$

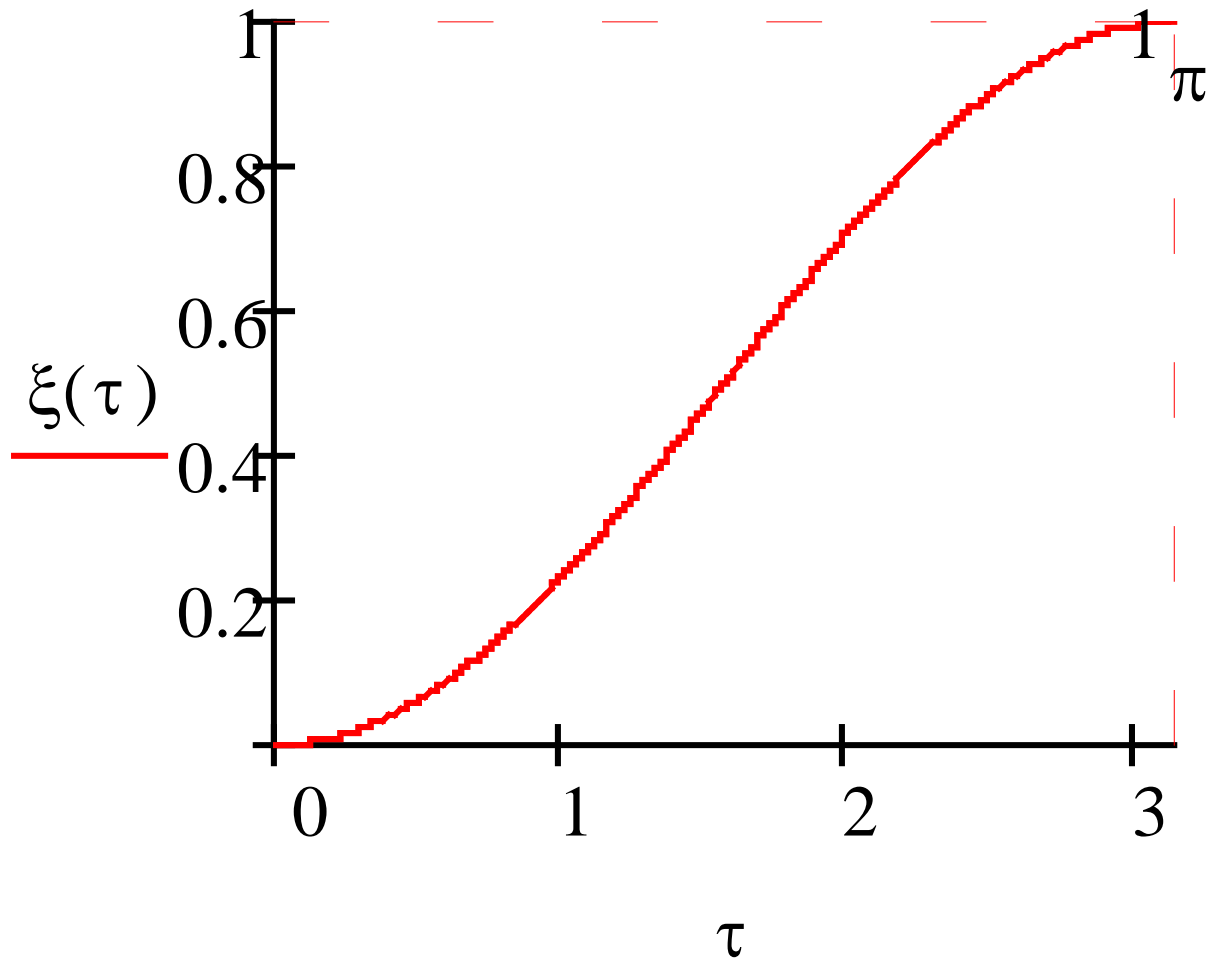
$$\xi(0)=0; \quad \xi'(0)=0; \quad \xi(\pi)=1; \quad \xi'(\pi)=0. \quad (6)$$



# Алгоритм розв'язку оптимізаційної задачі

- Знаходження класу пробних функцій;
- Порівняльний аналіз деяких пробних функцій;
- Доказ єдиності існування розв'язку.

## 2.1. Визначення класу пробних функцій



Приклад функції, яка задовольняє умові (6)

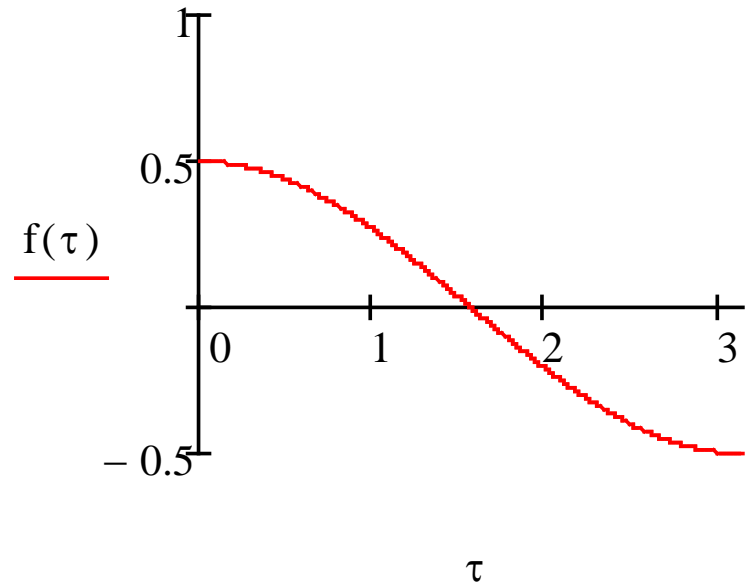
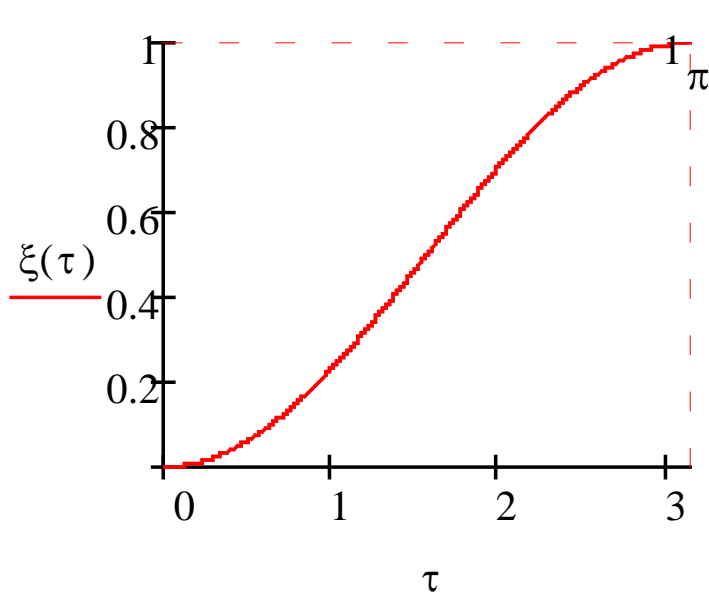
$$\xi(\tau) = \frac{1 - \cos(\tau)}{2},$$

Або

яка задовольняє умовам, знайдемо функцію  $f(\tau)$  :

$$f(\tau) = \frac{\cos(\tau)}{2}$$

# Графіки функцій $\xi(\tau) = \frac{1 - \cos(\tau)}{2}$ та $f(\tau)$



Введемо підмножину функцій  $Z \in Y$

## Висновок:

Функція  $f(\tau)$ , яка задовольняє умовам (3) і (4) повинна бути непарною відносно  $\pi/2$ .

## 2.2 Порівняльний аналіз пробних функцій

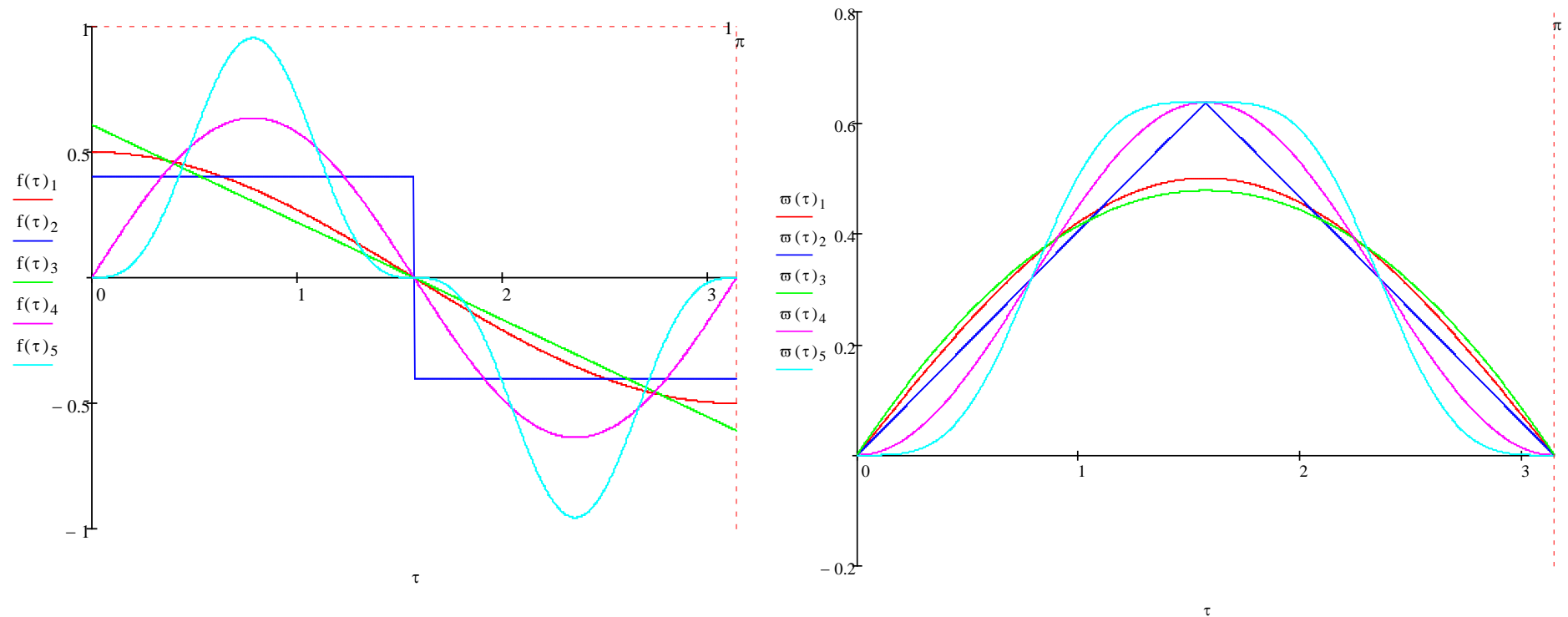
В якості непарних функцій можна вибрати :

$$f(\tau) := \begin{bmatrix} A_1 \cdot \cos(\tau) \\ A_2 \cdot \text{if}\left(\tau < \frac{\pi}{2}, 1, -1\right) \\ A_3 \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot \tau}{\pi}\right) \\ A_4 \cdot \sin(2 \cdot \tau) \\ A_5 \cdot \sin(2 \cdot \tau)^3 \end{bmatrix}$$

При підстановці  $f$  в умову  $\xi(\pi)=1$  отримуємо:

$$\xi(\tau) := \begin{bmatrix} A_1 \cdot (1 - \cos(\tau)) \\ A_2 \cdot \text{if} \left( \tau < \frac{\pi}{2}, \frac{\tau^2}{2}, -\frac{\tau^2}{2} + \pi \cdot \tau - \frac{\pi^2}{4} \right) \\ A_3 \cdot \left( \frac{\tau^2}{2} - \frac{\tau^3}{3 \cdot \pi} \right) \\ 0.5 \cdot A_4 \cdot (\tau - 0.5 \cdot \sin(2 \cdot \tau)) \\ A_5 \cdot \left( \frac{\tau}{3} - \frac{1}{6} \cdot \sin(2 \cdot \tau) - \frac{1}{36} \sin(2 \cdot \tau)^3 \right) \end{bmatrix} \quad A := \begin{pmatrix} 0.5 \\ \frac{4}{\pi^2} \\ \frac{6}{\pi^2} \\ \frac{2}{\pi} \\ \frac{3}{\pi} \end{pmatrix}$$

# Графіки функцій прискорення та швидкості:



Висновок:

Мінімальна амплітуда у П-подібної функції.

## 2.3 Доведення існування розв'язку оптимізаційної задачі

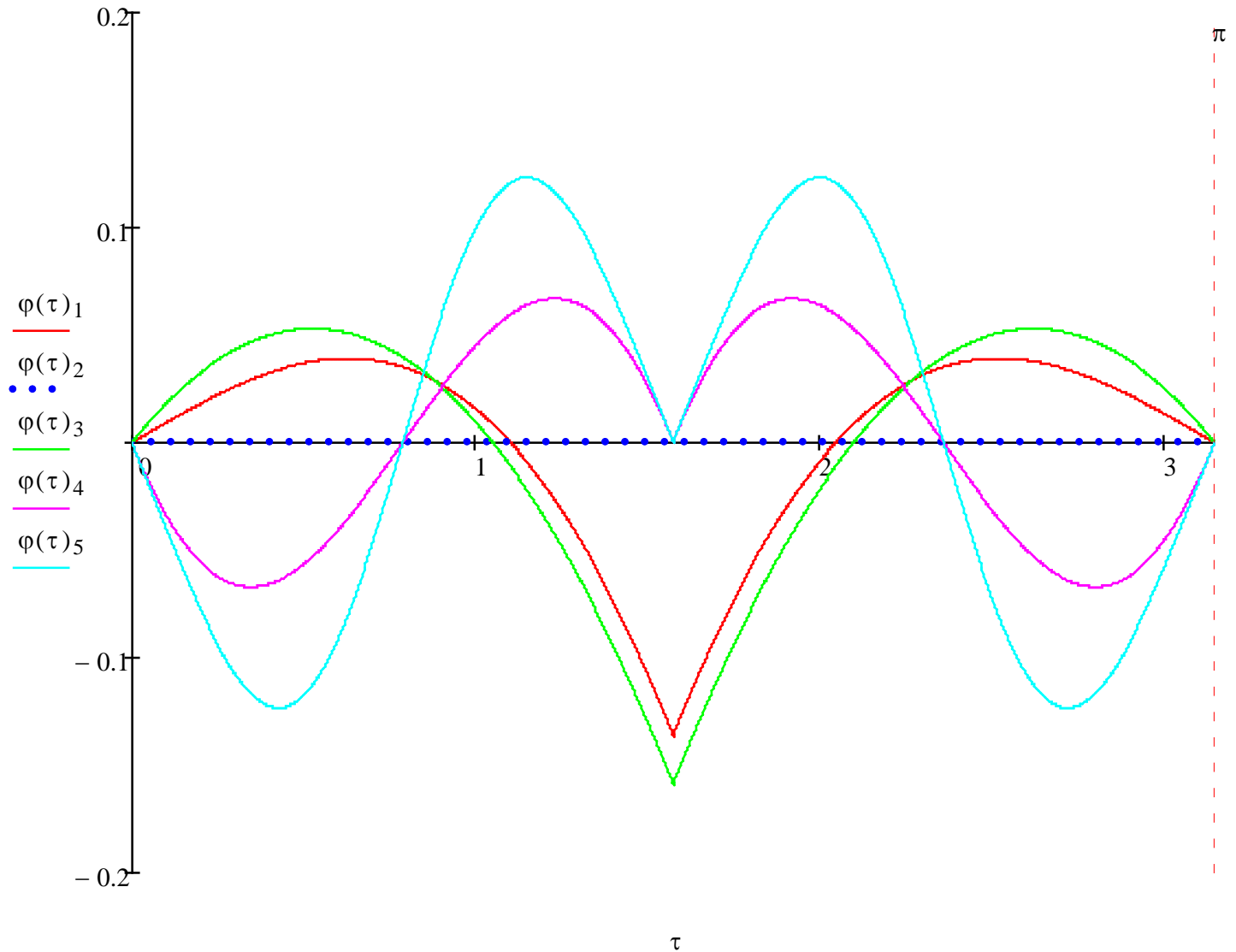
Припустимо, що  $\Pi$ -подібна функція є розв'язком оптимізаційної задачі.

Перебудуємо графік швидкості використовуючи заміну змінних:

$$\varphi(\tau) = \varpi(\tau) - \varpi(\tau)_2$$



# Графік наведених швидкостей для різних законів



# Висновок

При всіх можливих непарних функціях значення норми будуть більшими за нуль, отже, з класу функцій множини  $Y$  за критерієм мінімальності амплітуди функції управління єдиним оптимальним розв'язком є  $\Pi$ -подібна функція виду

$$f(\tau) = \begin{bmatrix} \frac{4}{\pi^2} \\ -\frac{4}{\pi^2} \end{bmatrix}$$

# Висновки із розв'язку наукової задачі

- Розроблено концептуальну модель реактивного рушія та визначено його конструктивні параметри.
- Визначено оптимальний закон керування рушієм для транспортування секції.

# Комп'ютерний експеримент з дослідження руху ТС

Розглянемо задачу моделювання переміщення від Space Shuttle до МКС сонячної батареї масою  $M=230$  кг за час  $T=4$  секунди на відстань до МКС -  $L=15$  м., причому тягове зусилля дорівнює:

$$F(\tau) = \frac{4ML}{T^2} \begin{cases} 1, \tau \leq \frac{\pi}{2} \\ -1, \tau > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Тоді можна отримати:

$$F(t) = \begin{cases} 862 \text{ Н}, t \leq 2 \text{ с} \\ -862 \text{ Н}, t > 2 \text{ с} \end{cases}$$

# Комп'ютерний експеримент за визначенням переміщення

- Дана технічна система з рушія, що складається з двох ракет, і сонячної батареї масою 230 кг. Система переміщується від Space Shuttle до МКС.
- Тягове зусилля рушія змінюється зі наступним законом:
$$F(t) = \begin{cases} 862 \text{ Н}, t \leq 2 \text{ с} \\ -862 \text{ Н}, t > 2 \text{ с} \end{cases}$$
- Використовуючи програму SolidWorks Motion визначити переміщення технічної системи за 4 секунди.

# Постановка задачи в SolidWorks Motion

The screenshot displays the SolidWorks Motion environment. The main 3D view shows a satellite assembly in orbit over Earth. The left sidebar contains the 'Сборка' (Assembly) tree and the 'Сила/Вращающий мом...' (Force/Torque) property manager. The 'Сила/Вращающий мом...' panel shows the force direction and the function builder. The 'Конструктор функций' (Function Builder) dialog is open, showing the function  $F(t) = (0.6716 - 9 \cdot t + 0.11) \cdot 0.0024575$  and a list of mathematical functions. The 'Таймлайн' (Timeline) at the bottom shows the simulation duration from 0 to 15 seconds, with various events and forces defined over time.

**Сборка**  
Элементы | Расположение | Эскиз | Анализировать | Инструменты отрисовки | Макросы | Flow Simulation

**Сила/Вращающий мом...**  
Направление  
Только действие  
Действие и противодействие  
Грань <1> @Батарея\_m-1  
Грань <2> @Ракета-1  
Сила по отношению к:  
Исходной точке сборки  
Выбранному компоненту:  
Функция силы  
Выражение  
Правка...  
Загрузить несущие грани  
Загрузить ссылки:

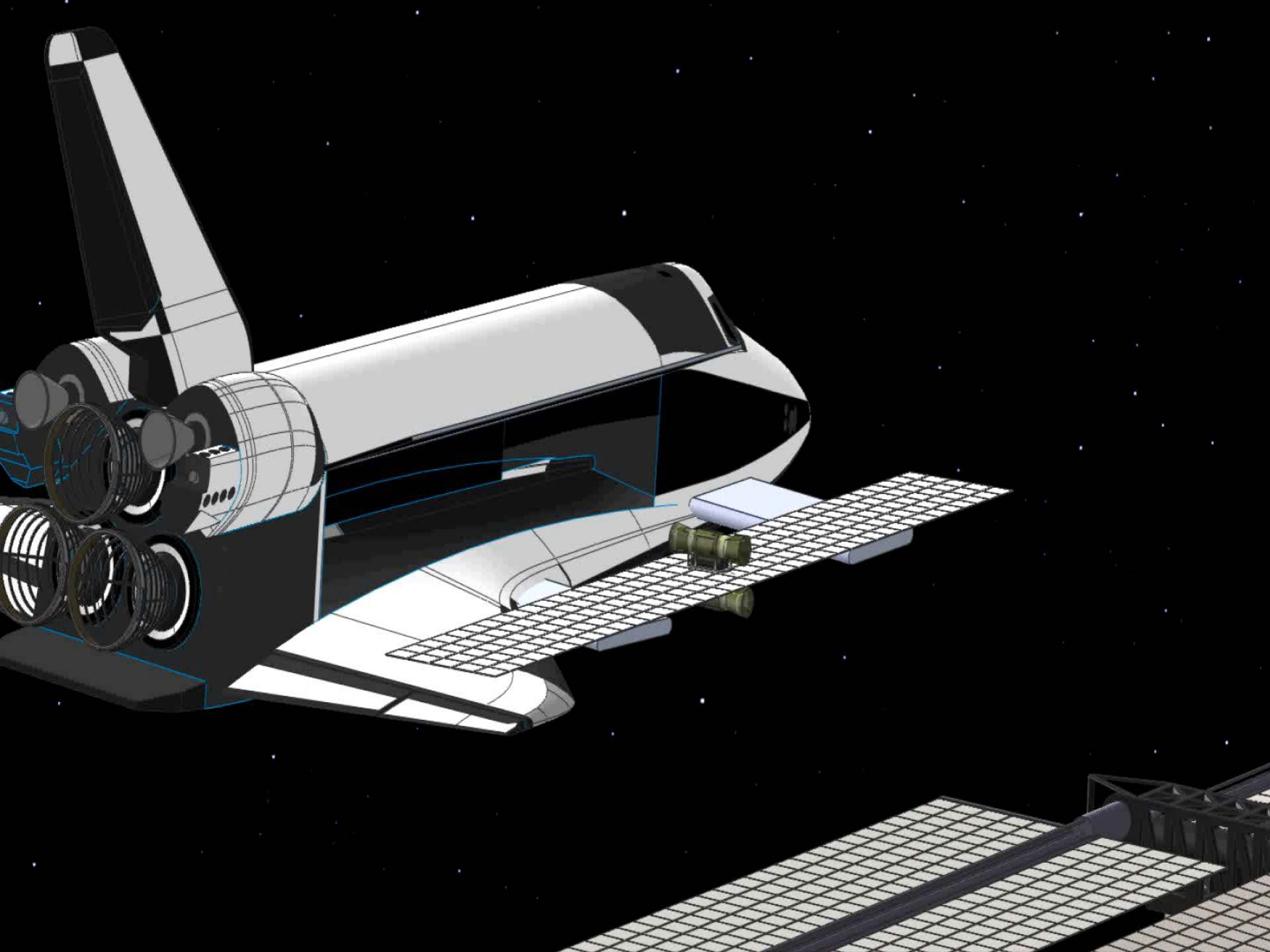
**Конструктор функций**  
Семанты | Точки данных | Выражение  
Значение (y): Сила (Н)  
Выражение:  $(0.6716 - 9 \cdot t + 0.11) \cdot 0.0024575$   
Математические функции:  
ABS(a) Абсолютное значение выражения a.  
ACOS(a) Выражение аркосинуса a в диапазоне [0  
ADNT(a) Ближайшее целое число, величина котор  
ANDNT(a) Ближайшее k к целое число.  
ASIN(a) Выражение арксинуса a в диапазоне [-π/  
ATAN(a) Арктангенс выражения a находится в ди  
ATAN2(a, b) Точный квадрант арктангенса выражени  
BISTOP(x, x0, a1, x2, k, e, stop, d) Моделирует элемент зазора.  
CHEBY(x, x0, a0, a1, ..., a30) Оценивает полюсы Чебышева в указан  
COS(a) Косинус выражения a.  
Сделать функцию доступной для использования в данном документе  
Имя: Функция пользователя 1  
OK | Отмена | Справка

**Таймлайн**  
1 сек | 2 сек | 3 сек | 4 сек | 5 сек | 6 сек | 7 сек | 8 сек | 9 сек | 10 сек | 11 сек | 12 сек | 13 сек | 14 сек | 15 сек

Сборка для анимации\_m (00<  
Ориентация и виды камер  
Источники света, камеры и  
Сила1  
(f) earth2\_m<1> (1<<Defau  
(f) ISS\_m<1> (00<Состояни  
(f) Transbordador\_Espacial\_  
(-) Батарея\_m<1> (00<<00>  
Ракета<1> (00<<00>\_Состо  
[ Деталь23^Сборка для ани  
(-) Шлюз<1> (00<<00>\_Сос  
(-) Копия Сборка5^Сборк

Выберите компоненты для создания контакта и укажите параметры

Недоопределенный Редактируется Сборка MMGC



## Результати

Задана відстань - 15 м. Відстань, обчислена в SolidWorks Motion - 15,12 м. Аналіз результатів комп'ютерного експерименту з дослідження руху ТС, виконаного в SolidWorks Motion, показав, що похибка у визначенні переміщення не перевищує 0,7%.



- **В якості рекомендацій** запропоновано прийняти рушій з симетрично встановленими щодо осей двома ракетами, за умови, що рівнодіюча реактивних сил проходить через центр мас ТС.
- **Рекомендовано** закон зміни тягового зусилля ракетного рушія приймати у вигляді:

$$F(\tau) = \frac{4ML}{T^2} \begin{cases} 1, & \tau \leq \frac{\pi}{2} \\ -1, & \tau > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Робота доповідалась на першій науково-технічній конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «МОЛОЛЬ: НАУКА ТА ІННОВАЦІЇ» та на дванадцятій науково-практичній конференції «Потураївські читання». За результатами роботи опублікована наукова стаття.

Дякую за увагу!