

Міністерство освіти і науки України
Департамент освіти і науки Дніпропетровської облдержадміністрації
Дніпропетровське територіальне відділення МАН України

Відділення: технічних наук
Секція: екологічно безпечні
технології та ресурсозбереження

ОПТИМІЗАЦІЯ ФОРМИ ПЛАСТИН СОНЯЧНОГО КРЕМНІЮ
ДЛЯ ПАНЕЛЕЙ СОНЯЧНИХ БАТАРЕЙ

Роботу виконала:

Ткач Ольга Олександрівна
ліцеїстка 11 класу

Криворізького природничо-наукового ліцею
Саксаганського району
м. Кривого Рогу

Науковий керівник:

Швед Сергій Віталійович,
к.т.н., доц. Криворізького металургійного
інституту ДВНЗ «Криворізький
національний університет»

Педагогічний керівник:

Плетньова Людмила Михайлівна
вчитель математики Криворізького
природничо-наукового ліцею

ОПТИМІЗАЦІЯ ФОРМИ ПЛАСТИН СОНЯЧНОГО КРЕМНІЮ ДЛЯ ПАНЕЛЕЙ СОНЯЧНИХ БАТАРЕЙ

Ткач Ольга Олександрівна

Дніпропетровське територіальне відділення МАН України

Криворізький природничо-науковий ліцей; 11 клас; м. Кривий Ріг

наукові керівники: Швед Сергій Віталійович, к.т.н., доц. Криворізького
металургійного інституту ДВНЗ “КНУ”, Плетньова Людмила Михайлівна

вчитель математики КПНЛ

Глобальні проблеми з енергоносіями, залежність нашої держави від імпортованих вуглеводнів, все це змушує нас шукати нові джерела енергії. Тому боротьба за ефективне виготовлення та застосування сонячних технологій вже зараз має важливе значення.

Мета дослідження полягає у розробці математичної моделі для розрахунку оптимальної форми монокристалічних пластин кремнію, для максимального збільшення економічної ефективності панелі сонячної батареї.

Основні завдання дослідження: створити математичну модель та провести аналіз отриманих результатів за допомогою математичної програми MathCAD.

Проведені в роботі теоретичні дослідження показують, що коли пластини нарізуються по формі псевдоквадратів, максимум функції економічної ефективності досягається при показнику форми, який досягає значення $\lambda_{opt} = 0.285$. Коли пластини нарізуються по формі псевдо шестикутників, максимум функції економічної ефективності досягається при показнику форми, який досягає значення $\lambda_{opt} = 0.122$.

Застосування розробленої математичної моделі для вибору геометричної форми пластин в умовах змінних економічних умов дозволить знизити витрати на виготовлення сонячних батарей, та зробити їх більш доступними.

Наукова новизна роботи визначається тим, що в ній проводиться аналітична оптимізація геометричної форми пластин сонячних батарей за умов зміни економічної ситуації у всесвітньому просторі сонячних технологій. Результати дослідження можуть допомогти у розробці високоефективних сонячних батарей.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
Розділ 1	
Технологія виробництва сонячних батарей.....	6
1.1 Кремній як основний матеріал сонячної енергетики.....	6
1.2 Особливості виробництва монокристалічних пластин кремнію	7
1.3 Форма пластин, як результат компромісу між витратами на виробництво та енергетичною ефективністю панелей сонячних батарей.....	12
Розділ 2	
Розробка математичної моделі для вибору форми пластин.....	13
2.1 Геометрія псевдоквадратної пластини.....	13
2.2 Геометрія псевдо шестикутної пластини.....	16
2.3 Розрахунок економічних показників в залежності від форми пластин батареї.....	19
Розділ 3	
Аналіз отриманої математичної моделі.....	21
3.1 Аналіз показників застосування псевдоквадрату.....	21
3.2 Аналіз показників застосування псевдо шестикутника.....	25
Висновки	27
Список використаної літератури.....	28

ВСТУП

Потенціал сонячної енергії в Україні є достатньо високим для широкого впровадження як теплоенергетичного, так і фотоенергетичного обладнання практично на всій території. Річний технічно-досяжний енергетичний потенціал сонячної енергії в Україні є еквівалентним 6 млн. т умовного палива.

Упродовж останніх п'яти років обсяг ринку сонячної енергетики України зростає на 80–90% щороку завдяки дедалі привабливішим умовам продажу електроенергії за зеленим тарифом, здешевленню кремнієвої сировини і сонячних батарей в цілому, розвитку законодавчої бази. Але головне — зростає екологічна свідомість, прагнення людей жити в гармонії з природою, зберегти її для нащадків.

Згенерована на основі сонячного випромінювання енергія зможе до 2050 року забезпечити 20-25% потреб людства в електриці і скоротить викиди вуглекислого газу на 6 млрд тонн щорічно.

Міжнародне енергетичне агентство (МЕА) прогнозує, що через 36 років сонячна енергетика може стати основним джерелом електрики в світі завдяки скороченню витрат на необхідне обладнання.

"Швидке зниження вартості фотоелектричних модулів і систем в останні кілька років відкрило нові перспективи для використання сонячної енергії в якості основного джерела електроенергії в найближчі роки і десятиліття.", - сказав виконавчий директор МЕА Марія ван дер Ховен.

Відмічається, що з 2000 року сонячні фотоелектричні панелі є технологією поновлюваних джерел енергії, що розвивається.

Експерти вважають, що вже в майбутнє десятиліття сонячна енергетика стане комерційно рентабельною, а потім перевершить за обсягами виробленої енергії традиційну енергетику. Аналітики прогнозують, що до 2050 року ціна знизиться до \$ 0,3 за ват і на тлі зростаючих надбавок за викид парникових газів, які накладатимуться на традиційні види палива.

Отже, тема роботи: "Оптимізація форми пластин сонячного кремнію для панелей сонячних батарей".

Об'єкт дослідження: форма монокристалічних пластин кремнію.

Предмет дослідження: залежність економічної ефективності монокристалічної пластини кремнію від її форми .

Мета дослідження полягає у розробці математичної моделі для розрахунку оптимальної форми монокристалічних пластин кремнію для збільшення економічної ефективності панелі сонячної батареї.

Основні задачі дослідження:

1. Розглянути існуючі в даний час методи виробництва пластин монокристалічного кремнію.
2. Створити математичну модель розрахунку оптимальної форми.
3. Провести аналіз отриманих результатів за допомогою графічного редактору математичної програми MathCAD. За допомогою відомих та перспективних показників.

Гіпотеза роботи: на підставі шкільного курсу математики та фізики можна розрахувати максимально ефективну форму пластини монокристалічного кремнію, при впровадженні якої економічна ефективність панелі сонячної батареї при її функціонуванні у межах наданого часу буде найбільшою.

Актуальність: запровадження «зеленої енергії», яка не має негативного впливу на навколишнє середовище, вже закріпило себе як базова основа нових електротехнологій. Однією з основ таких технологій є отримання екологічно чистої електроенергії з сонячного світла. Сьогодні сонячна енергетика стає актуальною як ніколи. Глобальні проблеми з енергоносіями, залежність нашої держави від імпортованих вуглеводнів, все це змушує нас шукати нові джерела енергії, а державу - вкладати гроші у сонячні електростанції та зелений тариф.

РОЗДІЛ 1

Технологія виробництва сонячних батарей

1.1. Кремній як основний матеріал сонячної енергетики

Силіцій (Si) — хімічний елемент IV групи з атомним номером 14, проста речовина якого, кремній, утворює темно-сірі зі смолистим блиском крихкі кристали з кубічною ґраткою типу алмазу. За хімічним складом кремній належить до групи простих напівпровідникових матеріалів.

Щільність твердого кремнію при кімнатній температурі - 2.32 (г/см³), рідкого (при температурі плавлення) - 2.53 (г/см³). Температура плавлення кремнію 1420 градусів за Цельсієм. Кипить кремній при температурі 2477 градусів за Цельсієм і тиску 10⁵ Па. Відносна діелектрична проникність 11.7, число атомів в 1см³ при 298 К, біля 4.99 * 10²². Питома теплоємність при 298 К дорівнює 0.75 (Дж/(г*С)), коефіцієнт теплопровідності 1.2 Вт/(см*С), рухливість електронів при 300 К майже в 3 рази вище рухливості дірок, концентрація власних носіїв зарядів 1.5*10¹⁰см⁻³.

Кремній досі залишається основним матеріалом для виробництва фотоелементів. Взагалі кремній (Silicium, Silicon) - другий за поширеністю елемент на Землі, запаси його величезні. Однак у промисловому його використанні є одна велика проблема - його очищення. Справа в тому, що цей поширений у природі елемент видобувається тільки у вигляді окислу. Щоб вивести його з окислу, потрібно провести високотемпературну процедуру хімічної обробки вуглецем. Таким чином, для очищення кремнію треба затратити немалу енергію.

Після очищення кремнію його потрібно легувати потрібними домішками для надання потрібних електричних властивостей. Найчастіше в якості домішок для виготовлення пластини, що виробляє позитивний заряд, використовується бор.

Фотоелемент на основі напівпровідників складається з двох шарів з різною провідністю. Ключовим елементом конструкції кристалічних кремнієвих фотоелектричних перетворювачів (ФЕП) є *p-n* перехід. Справа в тому, що

напівпровідник залежно від типу своєї провідності може бути або *n*-типу (електронна провідність), або *p*-типу (діркова провідність). При цьому, якщо в пластині одного типу створити шар іншого типу, то місце контакту цих областей і буде *p-n* переходом. Виходить свого роду діод, який може створювати різницю потенціалів за рахунок потрапляння променів світла. Саме на цьому ефекті і базується генерація електричного струму в сонячних елементах. Випромінювання, що потрапляє на поверхню елемента, генерує в обсязі напівпровідника носії заряду з різним знаком — електрони (*n*) і дірки (*p*). Завдяки своїм властивостям *p-n* перехід «розділяє» їх, пропускаючи кожен тип тільки на «свою» половину, і хаотично рухаючись в обсязі елемента, носії заряду виявляються по різні сторони бар'єру, накопичуючи так званій, електричний потенціал. Накопичені таким чином заряди можуть бути передані в зовнішній ланцюг для створення напруги на навантаженні, що підключено до сонячного елемента.

Без *p-n* переходу фактично неможливо перетворити сонячне випромінювання в електричний струм.

1.2 Особливості виробництва монокристалічних пластин кремнію

Отримання кристалу. Насамперед кремній треба відновити з двоокису кремнію. Потім з отриманих кристалів робиться суміш з домішками лігатури. Ця суміш називається шихтою. Шихту розплавляють, а далі одним з двох методів вирощують великі монокристали кремнію циліндричної форми. Діаметр кристалів може бути від 80 до 300 мм, а у деяких особливих випадках, і більше. Довжина кристалів більша ніж діаметр у десять разів.

Основними методами вирощування монокристалів кремнію є метод Чохральського та метод безтигельної зонної плавки.

Метод Чохральського передбачає «витягування» монокристалів з розплаву кремнію, який знаходиться у кварцовому тиглі. Суть методу полягає у тому, що у розплав занурюють зародковий монокристал - затравку з певним перерізом, що обертається.

По досягненні певної температури, необхідної для початку кристалізації на міжфазній межі затравка - розплав, починають відносно повільно витягувати монокристал. Для задоволення умов осьової симетрії теплових полів монокристала, розплав та теплового вузла печі, застосовують обертання монокристала та тигля з розплавом навколо вертикальної вісі у різних напрямках. Цей метод був запропонований у 1918 році польським вченим Яном Чохральським. Метод Чохральського набув неабиякого поширення завдяки простоті реалізації та задовільній якості монокристалів. Найбільшого поширення набуло вирощування кремнію як найдоступнішого матеріалу для напівпровідникової промисловості. Монокристали кремнію, вирощені даним методом знаходять застосування у двох сферах: сонячній енергетиці та виробництві напівпровідникових приладів.

Одним з недоліків отримання монокристалів кремнію за методом Чохральського є забруднення розплав кварцовим тиглем що розчиняється. При цьому в розплав потрапляє кисень і ряд інших домішок, наявних у кварцовому тиглі. Для усунення цього явища був розроблений метод безтигельної зонної плавки (рис. 1.1), особливістю якого, є створення в стрижні зони розплаву без застосування контейнера.

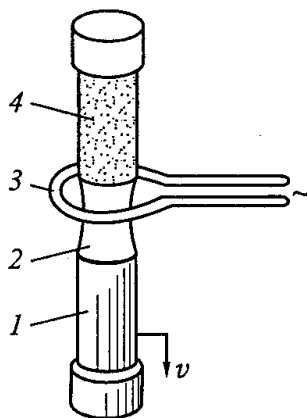


Рис.1.1Схема безтигельної зонної плавки

У цьому методі вузька розплавлена зона 2 утримується між твердими частинами злитка (1 - монокристалічна, 4 - полікристалічна частина) завдяки силам поверхневого натягу. Розплавлення злитка здійснюється за допомогою високочастотного індуктора 3; процес відбувається у вакуумі або в атмосфері захисного середовища.

За цим методом затравка підводиться знизу, а плавиться кінець вихідного кремнієвого стрижня.

Зону розплаву створюють у вертикально розташованому стрижні. У цій зоні розвивається тиск, обумовлений масою розплаву. Сам розплав утримується силами поверхневого натягу, що забезпечують можливість створення зони

розплаву висотою до 1,5 см при збереженні її стійкості. Ця величина не залежить від діаметра стрижня що переплавляється. Після введення в розплав затравки і початку зростання кристала затравка поступово опускається зі зростаючим кристалом вниз; в тому ж напрямку рухається і вихідний стрижень. Як і в першому методі, також застосовується взаємно протилежне осьове обертання затравки і стрижня що плавиться. Безтигельний метод зазвичай використовується для одержання особливо чистих кристалів.

Отримання круглих пластин. Кристали кремнію, після їх отримання мають циліндричну форму. Довжина такого циліндру у десять разів більша, ніж його діаметр. Тепер, щоб його було можна використати при побудові мікросхем, чи для пластин сонячного кремнію, треба нарізати поперек осі кристала якомога меншої товщини пластини. І це дуже складний і також дорогий процес.

Для нарізки на пластини користуються різальними дисками з зовнішньою ріжучою кромкою, а також дротом, чи полотнами, шаржованими алмазами. Застосовуються також диски з внутрішньою ріжучою кромкою - тонкий (від 0,1 до 0,15 мм) металевий диск (основа) з центральним отвором, на кромку якого гальванічним способом нанесений алмазний шар з нікелевою зв'язкою. Алмазні зерна мають розміри 40 - 60 мкм при різанні кремнію. Кристал вставляють у центральний отвір диска, та плавно його зміщують у поперечному до осі кристалу напрямі.

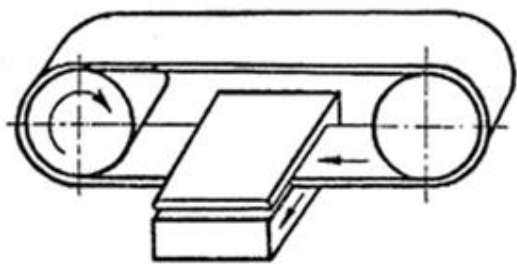


Рис. 1.2 Схема різання алмазною безкінечною стрічковою пилкою

Для нарізки дисків кремнію користуються також пилами у вигляді стрічки з алмазним напилюванням, як показано на рис.1.2. Ефективно використовують цей інструмент при різанні заготовок великих розмірів, діаметр яких перевищує 150 мм.

Великими перевагами, що визначають перспективність вдосконалення і використання цього інструменту, є можливість спрямованої обробки по певних кристалографічних напрямках, відсутність

обмежень у розмірах оброблюваних деталей, хороші умови роботи алмазного шару (так як довжина контакту інструменту з деталлю в 10-20 разів менше довжини пилки), що позитивно позначається на стійкості ріжучої кромки, рівномірна, без ударів, взаємодія з оброблюваним матеріалом. Для ефективності процесу різання велике значення має правильний вибір товщини і ширини стрічки. Найбільш часто використовуються пили з товщиною 0,1-0,3 мм і шириною 20-70 мм.

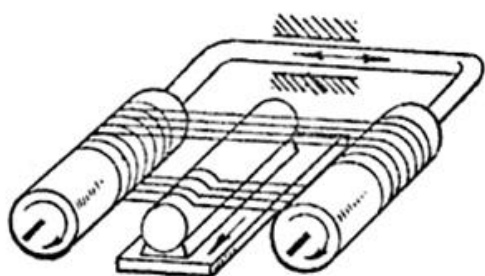


Рис.1.3Схема різання дротом

Розрізання кристалу на диски ведуть також дротяною пилкою, яка являє собою дріт товщиною 0,08-0,15 мм. Різка може здійснюватися набором дротяних пил, як показано на рис. 1.3. У процесі різання на злиток подається абразивна суспензія, яка здійснює різання. Більш високу продуктивність забезпечує дріт, на яку гальванічним способом нанесений алмазовмісний шар з розмірами зерна (1-20) мкм. Однак складність забезпечення однорідних механічних і геометричних характеристик на значній довжині такого інструменту перешкоджає його широкому застосуванню. Дротяна пила дозволяє одночасно виконувати різання злитку на велику кількість пластин, при цьому за рахунок найменш можливої з усіх існуючих інструментів товщини відрізаних пластин і ширини пропила досягається велика економія оброблюваних матеріалів. Перевага дротяного різання полягає в тому, що цей метод дозволяє отримати оброблені деталі з мінімальними порушеннями структури. Але цей

метод малопродуктивний, і вартість його досить велика в порівнянні з методом різання з внутрішньої ріжучої кромкою.

Ріжуть кристал на пластини також лезами з алмазним нанесенням (рис. 1.4). За конструкцією алмазні леза практично

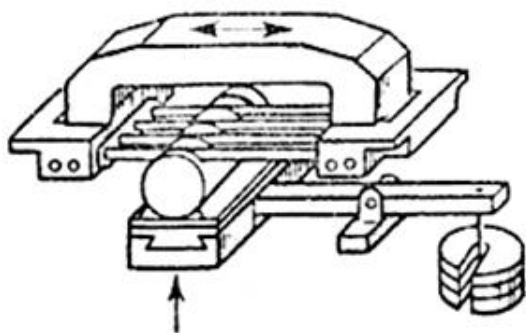


Рис. 1.4 Схема різання набором лез

не відрізняються від стрічкових пилок. Вони складаються зі сталевий стрічки-корпусу кінцевої довжини, на якому методом гальваностегії закріплений алмазний шар. Принциповою відмінністю багатолезового різання від різання нескінченною стрічковою пилкою є те, що інструмент робить зворотно-поступальний коливальний рух. Це не дозволяє виконувати процес різання зі швидкостями, оптимальними для обробки напівпровідників. Максимальна швидкість, що досягається багатолезовим інструментом, приблизно 1 м/с. Обмежує використання даного способу і те, що дуже складно задати однаковий натяг у всіх лезах. Крім того, практично неможливо досягти рівномірно точної установки лез на задану товщину відрізанних пластин. До того ж передчасна втрата працездатності одного з лез веде до зниження продуктивності та зменшення виходу придатних пластин.

Фінішна обробка пластин. Так як будь-яка пластина має поверхню, пошкоджену при нарізанні злитків, то цей порушений шар необхідно прибрати. Якщо просто зняти кілька мікрон за допомогою хімічного травлення, то поверхня пластини виявиться гладкою, і буде відбивати істотну частину падаючого на неї випромінювання. Так як для отримання більш ефективних сонячних елементів важливо перетворити в струм якомога більше сонячного світла, то поверхню намагаються зробити матовою. Для пластин монокристалу кремнію така операція називається текстуруванням.

Текстурована поверхня являє собою безліч, на перший погляд, хаотично розташованих мікропірамід. Світло, потрапляючи на поверхню піраміди, відбивається під тим же кутом і в більшості випадків потрапляє на поверхню сусідньої пірамідки. При цьому, за рахунок створення текстурованою поверхні вдається знизити коефіцієнт відбиття кремнію з 35% до 11%.

Для вирішення обох розглянутих завдань (видалення порушеного шару і формування текстури на поверхні пластин) застосовується хімічна обробка пластин. Склад розчинів, температури і тривалості обробок залежать від типу оброблюваних пластин, стану їх поверхні перед обробкою, подальших технологічних операцій і багатьох інших факторів. Зазвичай, застосовують

травлення в лужних розчинах і одній, або кілька кислотних обробках. При цьому головне — не перестаратися, так як в гонитві за рівномірною текстурою поверхні можна істотно знизити товщину пластин. А це призведе в результаті до підвищеного бою на наступних операціях і, як наслідок, до зниження відсотка виходу придатних виробів.

Таким чином, вироблення круглих пластин кремнію, як заготовок для подальших процесів виготовлення мікросхем та сонячних пластин для сонячних батарей, є вельми затратним процесом, який оказує значний вплив на собівартість кінцевої продукції.

1.3 Форма пластин, як результат компромісу між витратами на виробництво та енергетичною ефективністю панелей сонячних батарей

Панелі сонячних батарей являють собою електричний ланцюг з'єднаних між собою за допомогою спеціальних струмопровідних шин, та закріплених на спільній основі пластин сонячного кремнію. Основа пластин надає їх будові міцність та потрібну жорсткість. Чим більшу спільну поверхню має така множина пластин, тим більше сонячної енергії перетвориться до електричного струму, тим більшою буде потужність утвореного джерела електричної енергії. І все було б добре, якби... Якби не форма пластин сонячного кремнію – адже вона кругла.

І як тепер із круглих пластин утворити покриття площини з визначеними розмірами? Між круглими пластинами неодмінно буде велика кількість некритої шаром кварцу поверхні. І тепер інженерам приходиться розкладувати «пасьянс» (рис. 1.5).

Так, якщо підрізати пластини-заготовки до форми квадрату, то поверхня буде заповнена майже повністю. І енергії можна буде зібрати з площини батареї максимально багато, але...

Чому ж так роблять не завжди? Тому, що при доведенні форми до квадратної викидається багато дорогого матеріалу (достатньо згадати, як складно і дорого він виробляється).



Рис.1.5 «Пасьянс» з пластин сонячного кварцу на панелі сонячної батареї

А крім того, на підрізку треба затратити час, людське сумління і працю, а також дорогий ріжучий інструмент... Таким чином, як у байці: то хвіст вийняти, то дзьоб...

Ось і виникає задача: як глибоко підрізати пластину кремнію, чи яку йому форму завдати, щоб і енергії збирала батарея багато, та розвивала максимально можливу потужність, і не дуже дорого обійшлася б така підрізка.

Компроміс між витратами на виготовлення пластин батареї (а їх форма в деякій мірі визначає ці витрати) і прибутком за рахунок виробленої **за деякий час** енергії, напевно існує. Це і є гіпотеза роботи.

Цей компроміс треба шукати за допомогою математики, як функцію прибутку, при неминучих витратах, від часу.

РОЗДІЛ 2

Розробка математичної моделі для вибору форми пластин

Умовимося називати форму пластини, що утворилася у результаті її підрізки, - «псевдо формою». Пов'язана така назва з тим, що підрізати доводиться спочатку циліндричної форми заготовки, і підрізати її таким чином, що виникає «майже» квадрат, чи «майже» шестикутник (з п'ятикутників не можливо без проміжків покрити площину, як не можливо це зробити на основі круглих пластин). Ось в цьому «майже» і міститься вся суть поставленої задачі. Яку ступінь «майже» прийняти у тому чи іншому випадку, допоможе вирішити геометрія та математичний аналіз.

Вочевидь, для трикутника необхідно буде занадто багато дорогоцінного матеріалу пластини відправити у відходи. Таким чином, у боротьбі за основні геометричні форми пластин сонячного кремнію остається прийняти псевдоквадрат та псевдо шестикутник – як форми, найбільш наближені до круглої, але і такі, що складаючись один до одного, не утворюють значних проміжків.

2.1 Геометрія псевдоквадратної пластини

Нехай укладка площини сонячної батареї (прямокутної форми) призводиться пластинами, в яких зроблено чотири «лиски» (надалі будемо вживати цей термін без кавичок). Тоді утворена фігура по кількості лисок буде називатися псевдо-квадратом (рис. 2.1). В цій фігурі ступінь «майже» квадратності умовимось визначати відношенням глибини h лиски до радіусу круглої заготовки R . Тобто, позначимо:

$$\lambda = \frac{h}{R} \quad (1)$$

Визначимо всі характерні геометричні утворення для псевдоквадрату відповідно позначенням, які введено на рисунку.

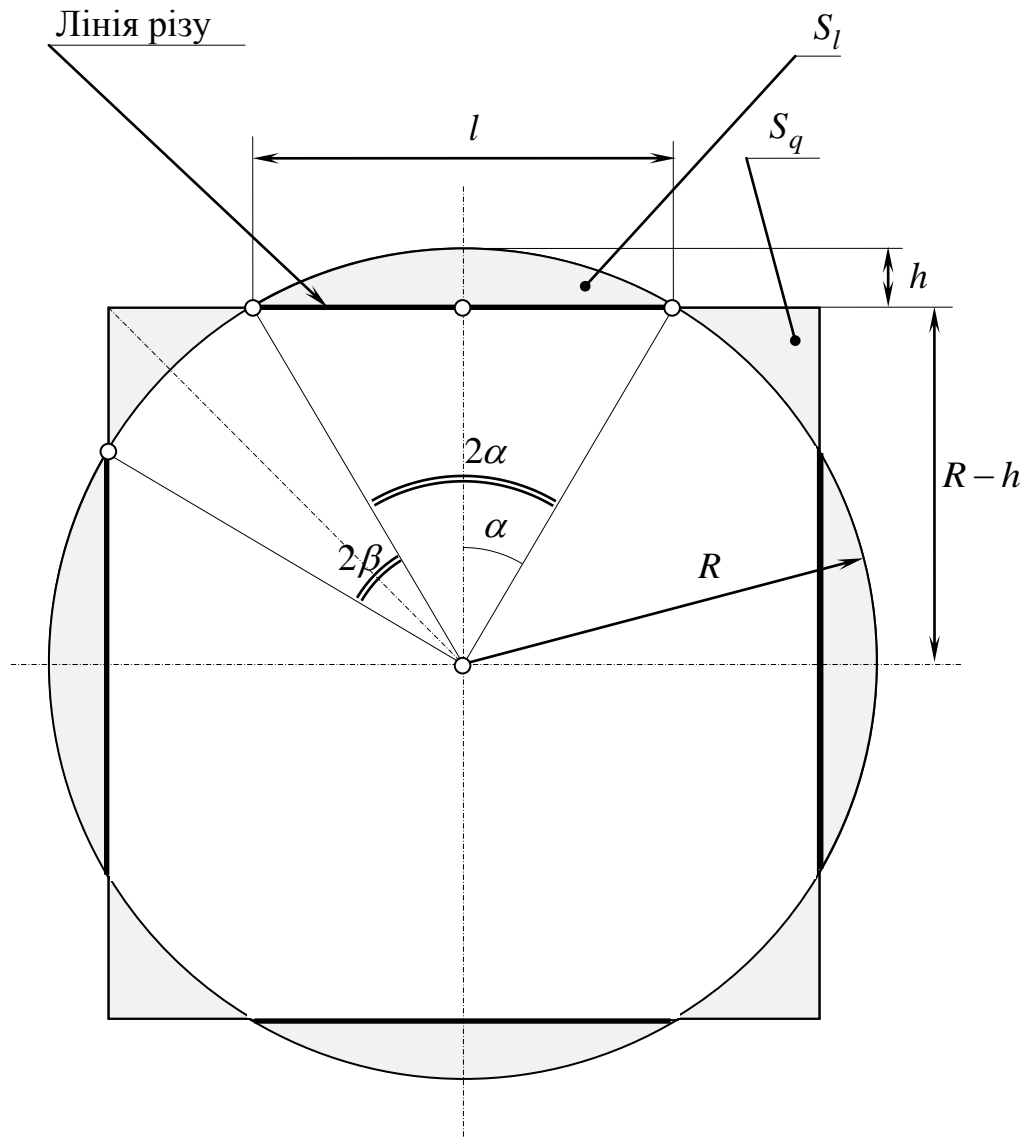


Рис.2.1 Розрахункова схема псевдоквадрата:

S_l - загублена з лискою площа;

S_q - площа закуточка, що не використовується.

Площа сегмента, м²:
$$S_l = \frac{1}{2} R^2 [2\alpha - \sin(2\alpha)] = \frac{1}{2} R^2 [2\alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha]$$

$$S_l = \frac{1}{2} R^2 \left[2 \arccos \left(1 - \frac{h}{R} \right) - 2 \sqrt{\frac{h}{R} \left(2 - \frac{h}{R} \right) \left(1 - \frac{h}{R} \right)} \right]$$

$$S_l = R^2 \left[\arccos(1 - \lambda) - \sqrt{\lambda(2 - \lambda)}(1 - \lambda) \right] \quad (2)$$

Площа круга, м²:

$$S_{kr} = \pi R^2 \quad (3)$$

Площа квадрата, м²: $S_{kv} = 4(R - h)^2 = 4R^2 \left(1 - \frac{h}{R}\right)^2$

$$S_{kv} = 4R^2 (1 - \lambda)^2 \quad (4)$$

Площа одного куточка, м²:

$$S_q = \frac{1}{4} [S_{kv} - (S_{kr} - 4S_l)] = \frac{1}{4} S_{kv} - \frac{1}{4} S_{kr} + S_l$$

$$S_q = R^2 (1 - \lambda)^2 - \frac{1}{4} \pi R^2 + R^2 [\arccos(1 - \lambda) - \sqrt{\lambda(2 - \lambda)}(1 - \lambda)]$$

$$S_q = R^2 \left[(1 - \lambda)^2 - \frac{\pi}{4} + \arccos(1 - \lambda) - \sqrt{\lambda(2 - \lambda)}(1 - \lambda) \right] \quad (5)$$

Площа псевдоквдрата: $S_{pk} = S_{kv} - 4S_q$

$$S_{pk} = 4R^2 \left(1 - \frac{h}{R}\right)^2 - 4R^2 \left[\left(1 - \frac{h}{R}\right)^2 - \frac{\pi}{4} + \arccos\left(1 - \frac{h}{R}\right) - \sqrt{\frac{h}{R} \left(2 - \frac{h}{R}\right)} \left(1 - \frac{h}{R}\right) \right]$$

$$S_{pk} = 4R^2 \left[\frac{\pi}{4} - \arccos\left(1 - \frac{h}{R}\right) + \sqrt{\frac{h}{R} \left(2 - \frac{h}{R}\right)} \left(1 - \frac{h}{R}\right) \right]$$

$$S_{pk} = 4R^2 \left[\frac{\pi}{4} - \arccos(1 - \lambda) + \sqrt{\lambda(2 - \lambda)}(1 - \lambda) \right] \quad (6)$$

Довжина різку на одній лисці, м:

$$l = 2\sqrt{R^2 - (R - h)^2} = 2R^2 \sqrt{1 - \left(1 - \frac{h}{R}\right)^2} = 2R^2 \sqrt{2\frac{h}{R} - \left(\frac{h}{R}\right)^2} = 2R^2 \sqrt{\frac{h}{R} \left(2 - \frac{h}{R}\right)}$$

$$l = 2R^2 \sqrt{\lambda(2 - \lambda)} \quad (7)$$

Загальна довжина різку по всім лискаам, м:

$$L_{kv} = 8R^2 \sqrt{\lambda(2 - \lambda)} \quad (8)$$

Потрібні у подальших розрахунках тригонометричні чинники:

$$\sin \alpha = \frac{l}{2R} = \frac{1}{R} \sqrt{R^2 - (R-h)^2} = \sqrt{1 - \left(1 - \frac{h}{R}\right)^2} = \sqrt{\frac{h}{R} \left(2 - \frac{h}{R}\right)}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\lambda(2-\lambda)} \quad (9)$$

$$\cos \alpha = 1 - \lambda \quad (10)$$

$$\alpha = \arccos(1 - \lambda) \quad (11)$$

Визначимося з діапазоном зміни чинника λ .

Коли перед нами кругла пластина, усі лиски на ній мають нульову глибину. Тобто для круглої пластини без зрізів буде $\lambda = 0$ - це мінімальне його значення.

Коли лиски такі глибокі, що утворився дійсно квадрат, то кут $\alpha = \frac{\pi}{4}$. Але тоді на основі виразу (11) утворюється рівняння, рішенням якого буде: $\lambda = 0.293$.

Таким чином, усі геометричні чинники, необхідні у подальших розрахунках для псевдоквадратної форми пластин визначені. Причому, діапазон зміни чинника λ для псевдоквадрату:

$$0 \leq \lambda_{pkv} \leq 0.293 \quad (12)$$

2.2 Геометрія псевдо шестикутної пластини

Нехай укладка площини сонячної батареї (прямокутної форми) приводиться пластинами, в яких зроблено шість лисок. Тоді утворена фігура по кількості лисок буде називатися псевдо шестикутником (рис. 2.2). Параметр «майже» залишається тим же, що і раніше, тобто визначається він по формулі (1).

Визначимо всі характерні геометричні утворення для псевдо шестикутника, відповідно позначенням, що введено на рисунку 2.2.

$$\text{Площа шестикутника, м}^2: S_{sh} = \frac{6}{2}(R-h) \frac{(R-h)}{\cos 30^\circ} = 2\sqrt{3}R^2 \left(1 - \frac{h}{R}\right)^2$$

$$S_{sh} = 2\sqrt{3}R^2(1-\lambda)^2 \quad (13)$$

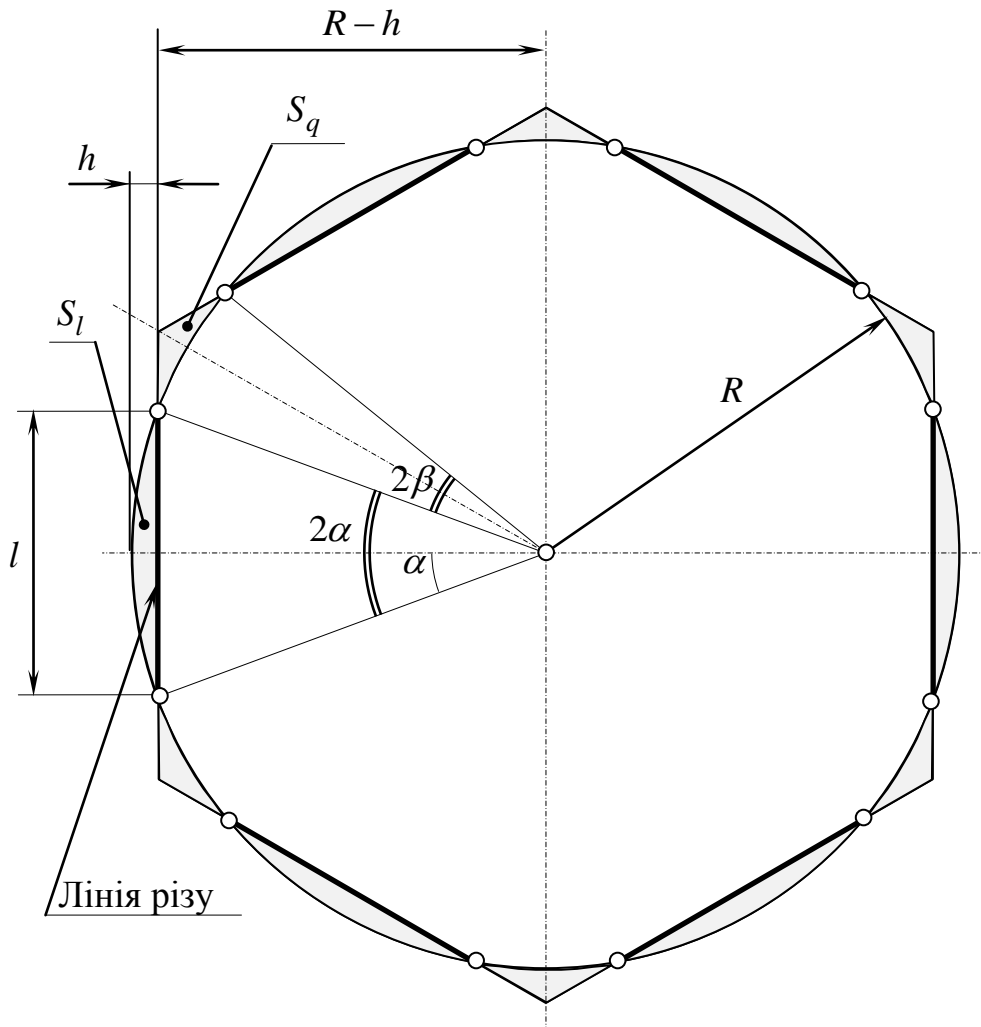


Рис. 2.2 Розрахункова схема псевдо шестикутника:
 S_l - загублена з лискою площа;
 S_q - площа закуточка, що не використовується.

Площа одного сегменту (m^2) розраховується по формулі (2), за тою же логікою, що і у псевдоквадрата.

Площа одного куточка для псевдо шестикутника, m^2 :

$$S_q = \frac{1}{6} [S_{sh} - (S_{kr} - 6S_l)]$$

$$S_q = R^2 \left[\frac{1}{\sqrt{3}} (1 - \lambda)^2 - \frac{\pi}{6} + \arccos(1 - \lambda) - \sqrt{\lambda(2 - \lambda)} (1 - \lambda) \right] \quad (14)$$

Площа псевдо шестикутника, м²: $S_{psh} = S_{sh} - 6S_q$

$$S_{psh} = \frac{1}{6}R^2 \left[6\pi - \arccos(1 - \lambda) + \sqrt{\lambda(2 - \lambda)}(1 - \lambda) \right] \quad (15)$$

Довжина різку на одній лисці (м) може бути розрахована по формулі (7). Але тому, що тепер таких різів буде шість, загальна довжини різів по фігурі буде (м):

$$L_{sh} = 12R^2 \sqrt{\lambda(2 - \lambda)} \quad (16)$$

Визначимося з діапазоном зміни чинника λ для псевдо шестикутника.

Коли перед нами кругла пластина, усі лиски на ній мають нульову глибину. Тобто для кругової пластини без зрізів буде $\lambda = 0$ - це мінімальне його значення.

Коли лиски такі глибокі, що утворився дійсно шестикутник, то кут $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Але тоді на основі виразу (11), яке справедливо і для шестикутника, утворюється рівняння, рішенням якого буде: $\lambda = 0.134$.

Таким чином, усі геометричні чинники, необхідні у подальших розрахунках для псевдо шестикутної форми пластин визначені. Причому, діапазон зміни чинника λ для псевдо шестикутника:

$$0 \leq \lambda_{psh} \leq 0.134 \quad (17)$$

Діапазон зміни чинника показника, що відповідає приставці «майже» по формі (12) чи (17), будемо враховувати, як економічно оправданий.

Дійсно, менше, ніж 0 він не може бути по визначенню.

А ось ще більші, ніж вказані найбільші значення цього показника, буде означати тільки одне: неодмінно дійсна фігура (квадрат, чи шестикутник) буде зменшуватися у розмірах, і тому такі значення будуть абсурдними. Навіщо тоді вирізати ці фігури з кристалу значного діаметру, адже їх можна вирізати з кристалу меншого діаметру, зі значно меншою кількістю відходів виробництва і затративши зрештою значно менші кошти.

2.3 Розрахунок економічних показників в залежності від форми пластин батареї

Насамперед визначимо коефіцієнт заповнення форми батареї, як відношення площі псевдоквадрату S_{pk} з (6), до площі квадрату S_{kv} з (4), збудованому на ньому:

$$K_{pkv} = \frac{S_{pk}}{S_{kv}} \quad (18)$$

Так як потужність сонячної батареї, як джерела струму, пропорційна площі пластини кремнію, що освітлена сонцем, то формула (18) показує, яка саме частка потужності може бути використана з тієї, що могла би бути досягнена при дійсно квадратній формі пластини.

Аналогічно для псевдо шестикутника маємо:

$$K_{psh} = \frac{S_{psh}}{S_{sh}}, \quad (19)$$

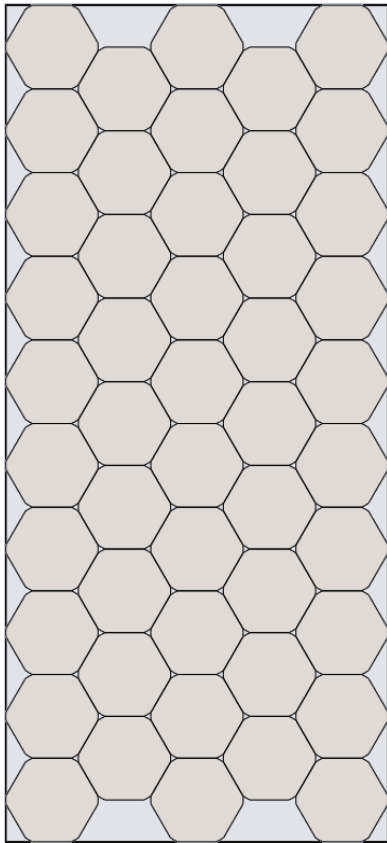


Рис. 2.3 Панель з шестикутних пластин не дає повного покриття по краям масиву

де S_{psh} - площа псевдо шестикутника;

S_{sh} - площа шестикутника, збудованого на основі псевдо шестикутника.

Але для шестикутних пластин є ускладнення. З рис. 2.3 видно, що укладка пластин псевдо шестикутної форми на основу сонячної батареї викличе велику втрату площі на краях масиву. Для її заповнення, - а її прийдеється заповнити - додатково потребуються неповні шестикутні пластини трьох типів, що значно ускладнить, та зробить дорожче виробництво батареї.

Таким чином, для шестикутних пластин коефіцієнт покриття розраховується за формою (19), але надалі прийдеється врахувати більшу вартість панелі.

Для розрахунку економічної ефективності панелі сонячної батареї, яка складена з псевдоквадратів, введемо наступний показник, що залежить від часу:

$$E_{pkv}(t) = \frac{W(t)}{Z_l + Z_L + C + Z_q(t)} \quad (20)$$

Для панелі, складеної з псевдо шестикутних пластин, розрахунок цього коефіцієнту доведеться доповнити за рахунок додаткових витрат на заповнення граничних зон:

$$E_{psh}(t) = \frac{W(t)}{Z_l + Z_L + C + Z_U + Z_q(t)} \quad (21)$$

Нижче визначимо складові, які входять до формул (20) та (21).

$Z_l = A_l \cdot n \cdot S_l$ - витрати на викинуту площу всіх n лисок однієї пластини псевдо-квадрата ($n = 4$), чи псевдо шестикутника ($n = 6$) відповідно (залежить від площі лиски S_l);

$Z_L = A_L \cdot L_{kv}$ - витрати на відрізання усіх лисок однієї пластини псевдоквадрата, чи псевдо шестикутника відповідно (залежить від загальної довжини розрізів L);

$C = A_l S_{kr}$ - ринкова вартість пластини сонячного кремнію (для будь якої фігури залежить від площі круглої пластини-заготовки S_{kr});

$Z_U = \chi \cdot C$ - витрати на розкрій, та укладення пластин для усієї периферійної зони;

$Z_q(t) = q \cdot w \cdot n \cdot S_q \cdot t$ - не отримані кошти з усіх n куткових зон однієї пластини псевдоквадрата, чи псевдо шестикутника відповідно, отриманих за деякий час (залежить від площі кутових зон S_q для псевдоквадрата ($n = 4$), чи псевдо шестикутника ($n = 6$), відповідно);

$W(t) = w \cdot q \cdot S_{pkv} t$ - гроші, отримані від енергії, знятої з однієї пластини за деякий час;

w (Долар/кВт.г) – ціна потужності сонячної енергії, що знімається (залежить від ринку енергоносіїв);

q (кВт/м²) – енергія, що знімається з одиниці площі пластини (залежить від якості перетворення енергії Сонця);

A_i (долар/м²) – втрати в грошах на викинутий матеріал лисок (залежить від технологічної досконалості виробництва та ринкових цін на енергоносії);

A_L (долар/м) – втрати на відрізання лиски (залежить від технологічної досконалості виробництва та ринкових цін на енергоносії);

χ (безрозмірний) – для шестикутних пластин показує вклад на створення периферійної зони від вартості круглої пластини-заготовки (залежить від технологічної досконалості виробництва та ринкових цін на енергоносії).

Показник, що визначається по формулі (20) чи (21) показує, яке співвідношення між отриманими за період експлуатації пластини, як генератора енергії, грошами, та коштами, що витрачено на її виробництво, та недоодержані по відсутнім кутовим зонам. Якщо цей показник більше одиниці, то експлуатація пластин прибуткова, а якщо менше неї - то збиткове.

$E(t) > 1$ - експлуатація пластини за час t прибуткова.

На основі (20) та (21) таким чином можна утворити рівняння для визначення часу окупності експлуатації пластини:

$$E(t) = 1$$

Звідки для квадратної та шестикутної пластини відповідно, маємо:

$$W(t) - Z_q(t) = Z_i + Z_L + C \quad (22)$$

$$W(t) - Z_q(t) = Z_i + Z_L + C + Z_U \quad (23)$$

З (22), чи (23) визначається час окупності експлуатації пластин.

Показники (18), ..., (23) не залежать від радіусу круга пластини-заготовки.

РОЗДІЛ 3

Аналіз отриманої математичної моделі

Скористуємося можливостями пакету математичних програм MathCAD, та проведемо графічний аналіз отриманих результатів.

Для проведення аналізу вибрано наступні значення економічних показників: $q = 150$ (кВт/м²); $w = 0.1$ (дол./кВт.годин); $A_f = 105$ (дол./м²); $A_L = 80$ (дол./м).

Наведені числові значення показників узяти з Інтернет ресурсів [4], ..., [6].

3.1. Аналіз показників застосування псевдоквадрату

На рис. 3.1 показана функція $K_{pkv}(\lambda)$ для псевдоквадрату на основі (18). Видно, що коли псевдоквадрат наближається за формою до дійсного квадрату, коефіцієнт заповнення прагне до одиниці.

На рис. 3.2 показана функція часу окупності пластини псевдоквадрату $T_{pkv}(\lambda)$ в залежності від параметра форми λ , розраховану на основі рівняння (22).

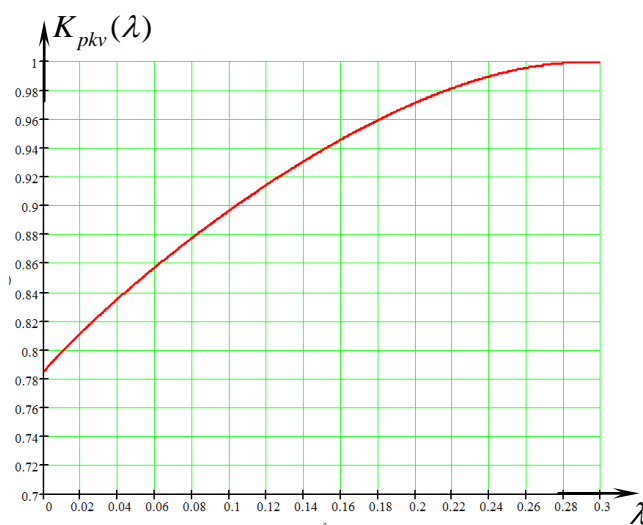


Рис. 3.1 Функція заповнення форми псевдоквадратом

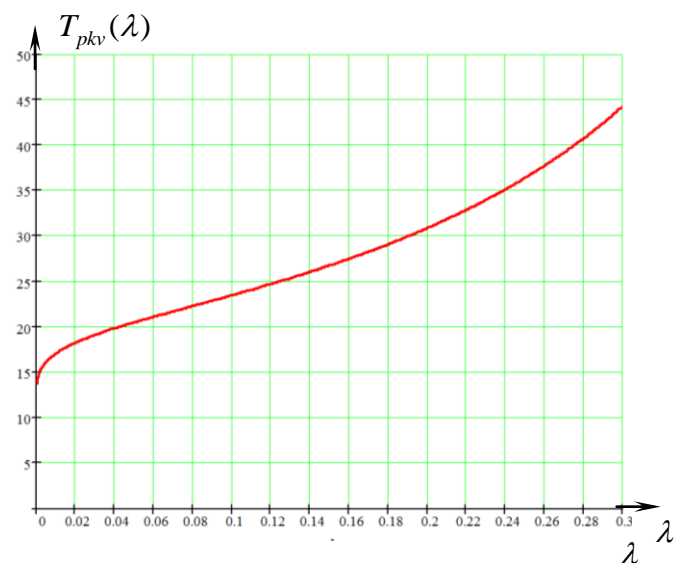


Рис. 3.2 Функція окупності форми псевдоквадрата

На рис. 3.3 показано сукупність кривих для функції коефіцієнту економічної ефективності функціонування пластини псевдоквадрату в часі $T_{pkv}(\lambda)$ в залежності від параметра форми λ , розраховану на основі рівняння (22).

На тому ж рисунку видно, що в залежності від часу, який функціонувала пластина псевдоквадрату, функція ефективності має максимум при тому, чи іншому значенні λ . Бачимо, що крива максимумів функції ефективності представляє собою гіперболу. Причому, при значному часі роботи сонячної батареї ця крива наближається до значення коефіцієнту форми $\lambda_{opt} = 0.285$, що менше, ніж максимальне значення для псевдоквадрату з (12). Таким чином, з огляду на економічну доцільність, пластина сонячного кремнію не повинна бути дійсним квадратом.

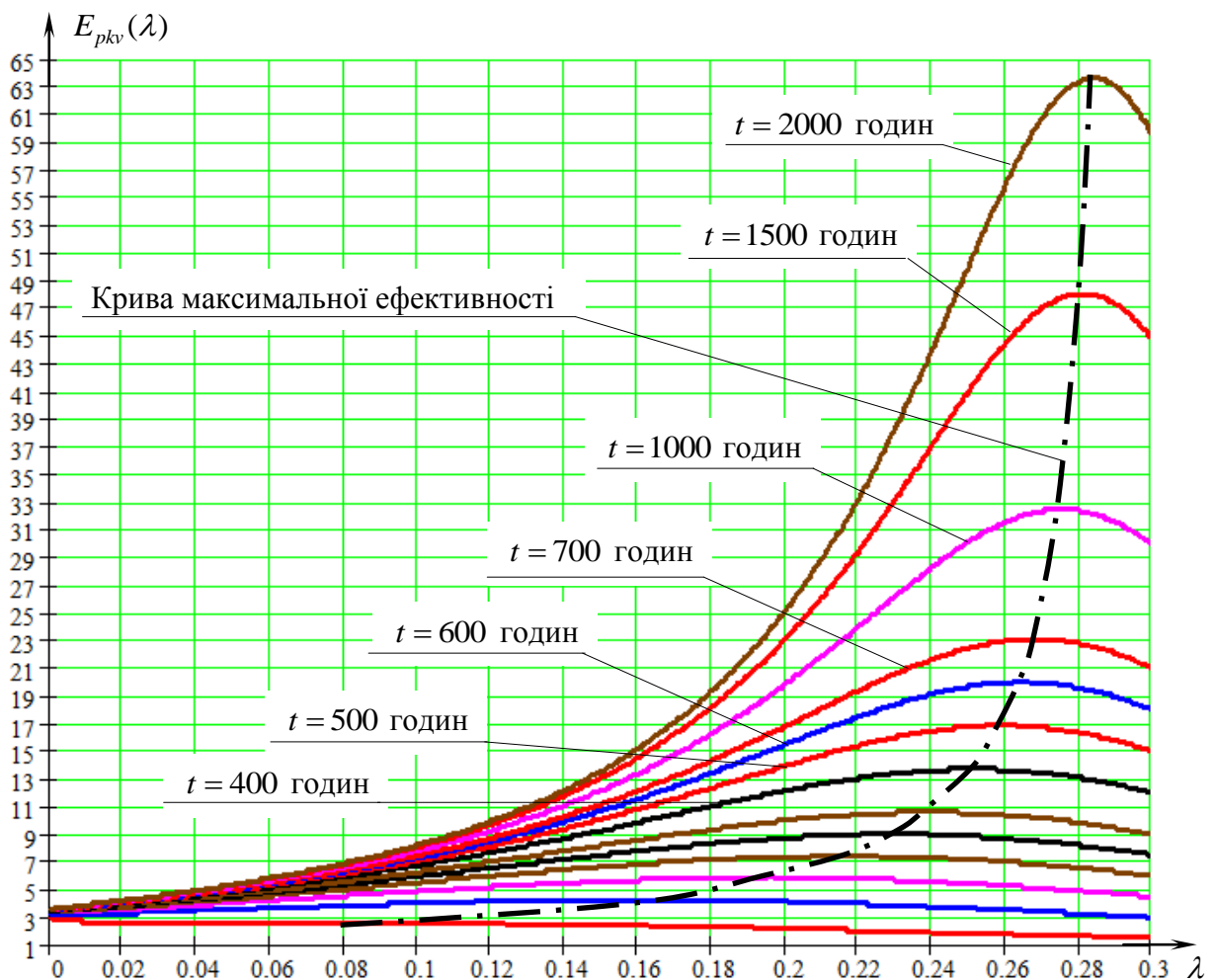


Рис. 3.3. Функція економічної ефективності форми псевдо квадрату за часом від коефіцієнта форми

Оптимальні геометричні пропорції пластини псевдоквадрата (при $\lambda_{opt} = 0.285$) представлено на рис. 3.4.

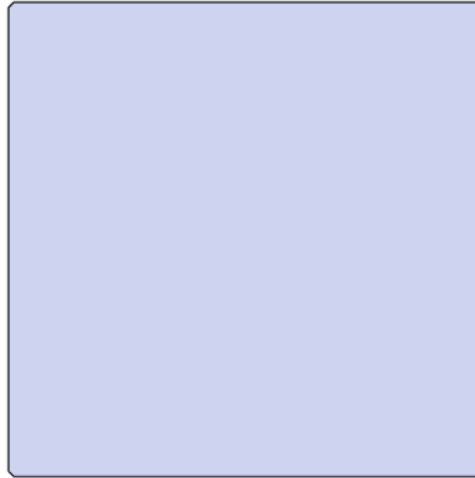


Рис. 3.4 Оптимальна форма пластини для тривалої роботи (більше 2000 годин, чи майже трьох місяців безперервної роботи)

3.2. Аналіз показників застосування псевдо шестикутника

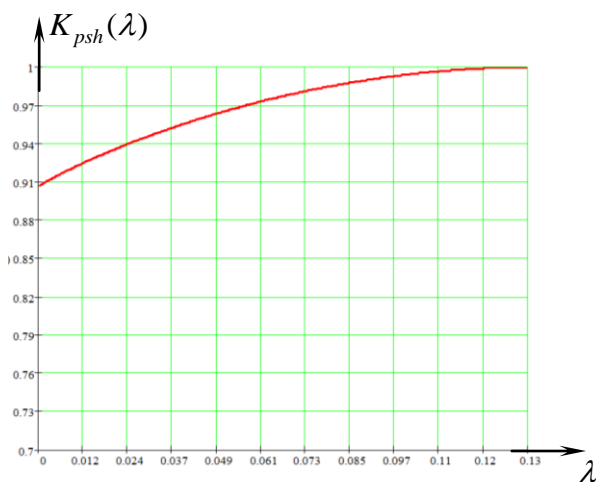


Рис. 3.5 Функція заповнення форми псевдо шестикутником

На рис. 3.5 показана функція $K_{psh}(\lambda)$ для псевдо шестикутника на основі (19). Видно, що коли псевдо шестикутник наближається за формою до дійсного шестикутника, коефіцієнт заповнення прагне до одиниці.

На рис. 3.6 показана функція часу окупності пластини псевдо шестикутника $T_{psh}(\lambda)$ в залежності від параметра форми λ , розраховану на основі рівняння (23). З рисунка видно, що окупність такої форми пластини відбувається швидше, ніж для псевдоквадрату.

На рис. 3.7 показано сукупність кривих для функції коефіцієнту економічної ефективності функціонування пластини псевдо шестикутника в часі $T_{psh}(\lambda)$ в залежності від параметра форми λ , розраховану на основі рівняння (23).

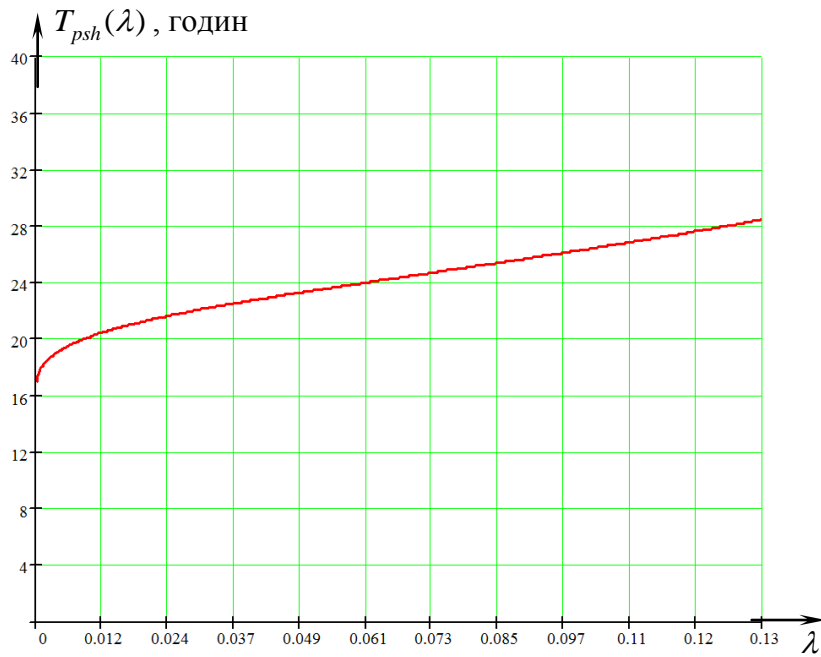


Рис. 3.6 Функція окупності форми псевдо шестикутника

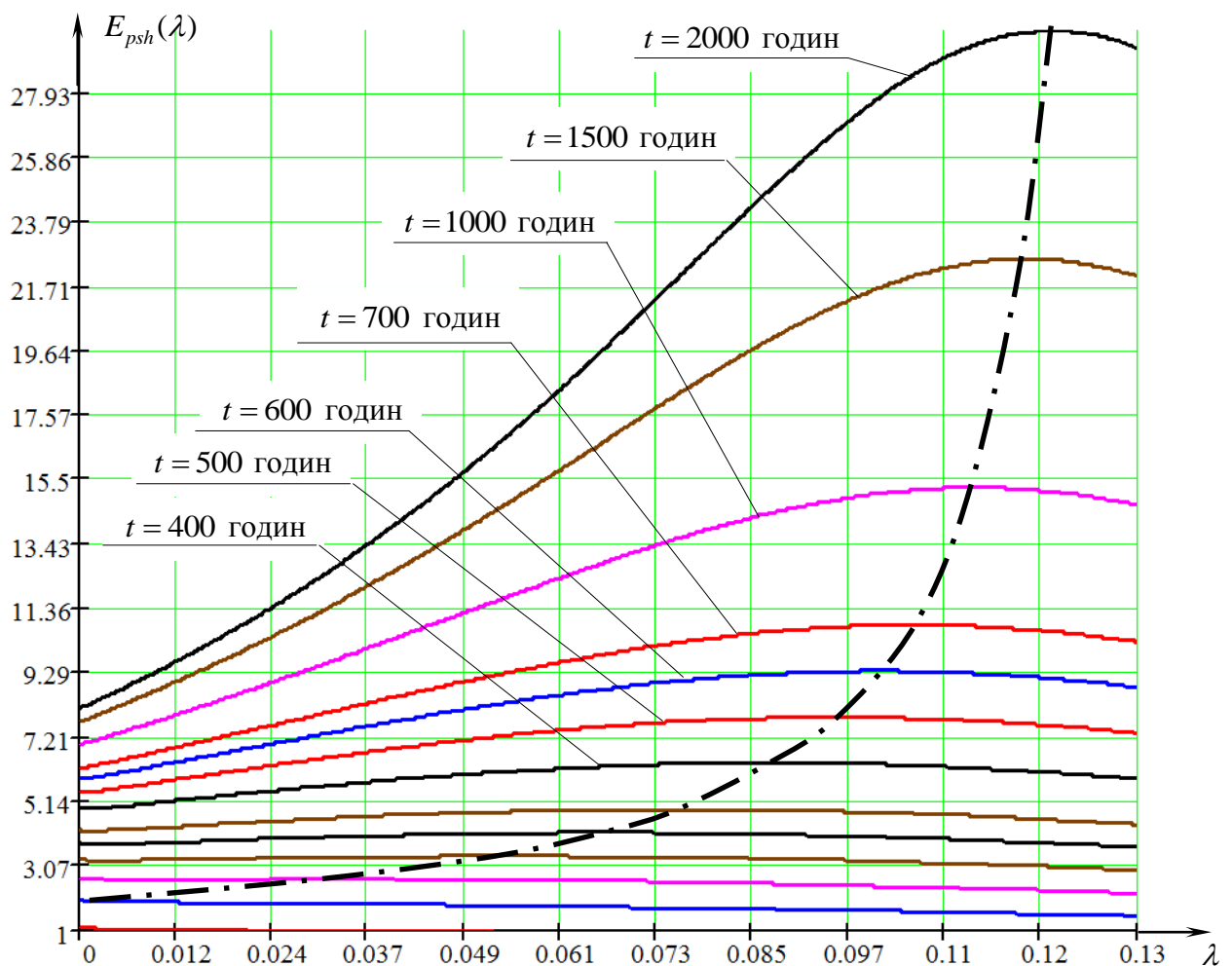


Рис. 3.7. Функція економічної ефективності форми псевдо шестикутника за часом від коефіцієнта форми

На тому ж рисунку видно, що в залежності від часу, який функціонувала пластина псевдо шестикутника, функція ефективності має максимум при тому, чи іншому значенні λ . Бачимо, що крива максимумів функції ефективності представляє собою гіперболу. Причому, при значному часі роботи сонячної батареї ця крива наближається до значення коефіцієнту форми $\lambda_{opt} = 0.122$, що менше, ніж максимальне значення для псевдо шестикутника з (17). Таким чином, з огляду на економічну доцільність, пластина сонячного кремнію не повинна бути дійсним шестикутником.

Оптимальні геометричні пропорції пластини псевдо шестикутника (при $\lambda_{opt} = 0.122$) представлено на рис. 3.8.

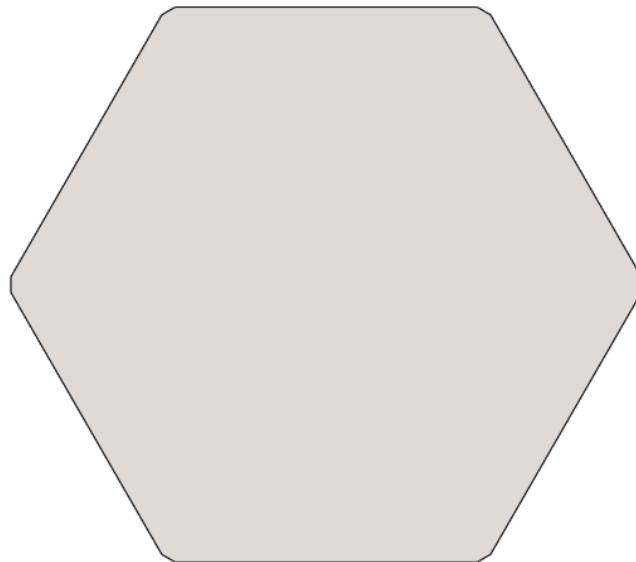


Рис. 3.8. Оптимальна форма пластини для тривалої роботи (більше 2000 годин, чи майже трьох місяців безперервної роботи)

ВИСНОВКИ

Екологічно чисте джерело енергії – сонячні батареї, які функціонують завдяки напівпровідниковим властивостям кристалу кремнію завойовують все більше довіри, і все більше впроваджуються у нові енергетичні технології. Однак це впровадження уповільнюється економічними труднощами, що стоять на шляху пошуку конструктивних та технологічних рішень.

Тому від економічно обґрунтованих кроків по застосуванню технологій виготовлення пластин монокристалу кремнію, від оптимальної конфігурації цих пластин, на даному етапі розвитку науки та техніки, залежить широта та швидкість впровадження сонячних енергетичних технологій.

У роботі розроблено економічні показники панелі сонячної батареї в залежності від форми пластини кремнію – як функції часу.

Проведені в роботі теоретичні дослідження показують, що коли пластини нарізаються по формі псевдоквадратів, максимум функції економічної ефективності досягається при показнику форми, який досягає значення $\lambda_{opt} = 0.285$.

Коли пластини нарізаються по формі псевдо шестикутників, максимум функції економічної ефективності досягається при показнику форми, який досягає значення $\lambda_{opt} = 0.122$.

Форма псевдо шестикутника утворюється з найменшими втратами матеріалу пластини, що пояснюється більшим приближенням форми шестикутника до форми круга. А втрати для такої форми пластин найбільш значним образом виявляються у прикордонних зонах масиву пластин, які установлені в батарею. Для заповнення прикордонної зони додатково потребуються неповні шестикутні пластини трьох типів, що значно ускладняє, та здорожує виробництво батарей з псевдо шестикутними пластинами.

Застосування розробленої математичної моделі для вибору геометричної форми пластин при змінних економічних умовах дозволить знизити витрати на виготовлення сонячних батарей, та зробити їх більш доступними.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. <https://www.youtube.com/watch?v=Fe72c-cxGhs>
2. <https://www.youtube.com/watch?v=T-gkVVeJy58>
3. <https://www.youtube.com/watch?v=BZ8H-tFvQ1I>
4. <http://grepen.com.ua/articles/istochniki-energii/solnechnye-batarei/>
5. <http://grepen.com.ua/articles/istochniki-energii/kak-rasschitat-solnechnuju-sistemu/>
6. <http://ru.aliexpress.com/w/wholesale-solar-silicon-wafer.html>